

Esercitazioni XII – 16-20/12/2024**A. Gradiente e gradiente secondo**

► Si scrivano il gradiente e il gradiente secondo (matrice Hessiana) delle seguenti funzioni:

1. $f(x, y) = x \ln y$

2. $f(x, y, z) = xyz$

3. $f(x, y, z) = xy e^z$

4. $f(x, y) = x e^{xy}$

B. Massimi e minimi liberi

► Si trovino i punti stazionari delle seguenti funzioni e si stabilisca, se le condizioni del secondo ordine lo consentono, la loro natura (cioè se sono punti di massimo, di minimo o punti di sella):

1. $f(x, y) = x^2 + xy + 2y^2$

2. $f(x, y) = 2x^2 - 3xy - x + y$

3. $f(x, y) = x^2 - xy - y^2 + x - y$

4. $f(x, y) = 2x + 3y + x^2 - y^3$

5. $f(x, y) = x^3 - 2xy + y^2$

6. $f(x, y) = x^3 - xy^2$

7. $f(x, y) = x^2y + xy^3$

8. $f(x, y) = (1 - x^2)y + x^2$

9. $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$

10. $f(x, y) = x^2 \ln^2 y$

C. Massimi e minimi vincolati

► Si trovino i punti stazionari vincolati delle seguenti funzioni, sul vincolo indicato, esplicitando una delle due variabili dall'equazione del vincolo. Si cerchi poi di dire se i punti trovati sono di massimo o di minimo vincolato.

1. $f(x, y) = x^2 + xy + 2y^2$, sul vincolo $x + y + 1 = 0$

2. $f(x, y) = -2x^2 + 5xy - 2y^2$, sul vincolo $x + y - 1 = 0$

3. $f(x, y) = x - y$, sul vincolo $x^2 + y + 1 = 0$

4. $f(x, y) = x - 6y + x^2$, sul vincolo $x - y^2 = 0$

► 5. Si trovi il punto stazionario vincolato della funzione $f(x, y) = y \ln x$ sul vincolo dato dall'equazione $\ln x - y = 0$. Si dica poi se tale punto è stazionario anche sul vincolo di equazione $\frac{1}{x} - y - 1 = 0$.

► Si trovino i punti stazionari vincolati delle seguenti funzioni, sul vincolo indicato, usando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange:

6. $f(x, y) = xy$, sul vincolo dato dall'equazione $2x - y + 1 = 0$

7. $f(x, y) = 2x^2 - y^2$, sul vincolo dato dall'equazione $x - y^2 = 0$

8. $f(x, y) = x^2$, sul vincolo dato dall'equazione $x^2 + y^2 = 1$