

Esercitazioni VII – 07/11–15/11/2024**A. Integrali indefiniti**

► Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

1. $\int (2x^3 - 3x + 1) dx$
2. $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$
3. $\int \frac{1 + \sqrt{x}}{x} dx$
4. $\int \sqrt{x-3} dx$
5. $\int \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx$
6. $\int \sqrt{3x+2} dx$
7. $\int e^{4x-3} dx$
8. $\int \sqrt[4]{(x-1)^3} dx$
9. $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$
10. $\int \frac{e^x + 1}{x + e^x} dx$
11. $\int \frac{1}{\sqrt{3-5x}} dx$
12. $\int x e^{1-x^2} dx$
13. $\int \frac{x}{x-2} dx$
14. $\int \frac{x}{4x+5} dx$
15. $\int x \sqrt{5+x^2} dx$
16. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
17. $\int \frac{e^x}{1-3e^x} dx$
18. $\int \frac{\sqrt{1+2 \ln x}}{x} dx$
19. $\int \frac{x^2}{(1+x^3)^2} dx$
20. $\int \frac{2x - e^{-x}}{x^2 + e^{-x}} dx$

B. Integrali indefiniti

► Calcolare i seguenti integrali indefiniti *integrando per parti*:

1. $\int x e^{-2x} dx$
2. $\int x^3 \ln x dx$
3. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
4. $\int x \ln^2 x dx$
5. $\int \ln(x+1) dx$
6. $\int x \ln(x+1) dx$

► Si calcolino i seguenti integrali indefiniti *integrando per sostituzione (cambio di variabile)*:

7. $\int \frac{\ln x}{x} dx$
8. $\int \frac{1}{1+e^x} dx$
9. $\int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$
10. $\int \frac{1}{2 + \sqrt{x}} dx$
11. $\int \frac{1}{x - \sqrt{x}} dx$
12. $\int \frac{1}{e^x + e^{2x}} dx$

C. Integrale di Riemann

► Si calcolino i seguenti integrali:

- | | |
|---|--|
| 1. $\int_1^2 \left(e^x + \frac{1}{x^2} \right) dx$ | 2. $\int_1^{e^2} \left(\frac{1}{x} + \sqrt{x} \right) dx$ |
| 3. $\int_1^2 \frac{1}{x(1 + \ln x)} dx$ | 4. $\int_4^9 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$ |
| 5. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{(e^x - 3)^2} dx$ | 6. $\int_{-1}^0 \frac{2x + 1}{\sqrt{2 - x - x^2}} dx$ |

D. Integrale di funzioni definite a tratti

► Si calcolino i seguenti integrali:

- | | |
|---|--|
| 1. $\int_{-1}^2 f(x) dx$, dove $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ | 2. $\int_0^2 x^2 - x dx$ |
| 3. $\int_{-1}^2 (x^2 + x) dx$ | 4. $\int_1^4 \frac{ x - 3 + 2}{x^2} dx$ |

E. Calcolo di un'area

- Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse x , il grafico della funzione $x \mapsto \ln x$ e le rette di equazione $x = 1$ e $x = e$.
- Calcolare l'area della regione limitata del primo quadrante compresa tra i grafici delle funzioni $x \mapsto x^2$ e $x \mapsto \sqrt[3]{x}$.
- Calcolare l'area della regione limitata compresa tra la retta di equazione $y = \frac{1}{2}(x + 1)$ e la parabola di equazione $y = x^2$.
- Date le funzioni

$$f(x) = e^{-x} \quad \text{e} \quad g(x) = -\frac{1}{x}$$

calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle due funzioni e le rette di equazione $x = 1$ e $x = 2$.

F. Vettori

► 1. Dati i vettori

$$v^1 = (1, 2, 3) \quad , \quad v^2 = (-1, 2, -2) \quad , \quad v^3 = (-2, 3, 1),$$

si trovi la loro combinazione lineare $v = 3v^1 - 2v^2 + v^3$

► 2. Dati i vettori

$$v^1 = (1, 0) \quad , \quad v^2 = (1, 1),$$

si costruisca geometricamente la loro combinazione lineare $v = -3v^1 + 2v^2$

► 3. Si stabilisca, con la definizione, se i vettori di \mathbb{R}^2

$$v^1 = (1, 2) \quad , \quad v^2 = (2, -1)$$

sono linearmente dipendenti o indipendenti.

- 4. Si stabilisca, con la definizione, se i vettori di \mathbb{R}^3

$$v^1 = (1, -1, 0) \quad , \quad v^2 = (-1, 1, 1) \quad , \quad v^3 = (1, 0, 0)$$

sono linearmente dipendenti o indipendenti.

- 5. Si stabilisca, con la definizione, se i vettori di \mathbb{R}^3

$$v^1 = (0, 1, 0) \quad , \quad v^2 = (1, -1, 1) \quad , \quad v^3 = (1, 0, 1)$$

sono linearmente dipendenti o indipendenti.

- 6. Si stabilisca, con la definizione, se i vettori di \mathbb{R}^2

$$v^1 = (1, -1) \quad , \quad v^2 = (1, 1) \quad , \quad v^3 = (0, 1)$$

sono linearmente dipendenti o indipendenti.