COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA
Vicenza, 20/01/2017
II parte

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

se ne calcoli l'integrale indefinito $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ integrando per parti. Si calcoli poi l'integrale di f nell'intervallo $[0,1]$. Si stabilisca infine se l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^3}$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la trasformazione lineare T rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Si scriva l'espressione della trasformazione T. Si stabilisca se la trasformazione è invertibile. Si determini la dimensione e una base della sua immagine. Si dica se esiste almeno un vettore non banale (non nullo) in cui T si annulla e in caso affermativo se ne indichi uno.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = \ln x \cdot \sqrt{1 - e^{xy}}$$

si determini e si disegni il suo dominio, precisando l'appartenenza o meno al domino dei punti di frontiera. Si determini e si disegni la curva di livello 0 di f. Si calcolino le derivate parziali di f. Si scriva infine l'espressione della restrizione di f alla curva di equazione $xy + 1 = 0$ con $x > 0$.

QUESITO 1. Si commenti l'affermazione: se $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ è positivo allora la funzione f è positiva nell'intervallo $[a,b]$

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione g è primitiva di una funzione f in $\mathbb{R}$?

QUESITO 3. Che cosa significa che i vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$ sono linearmente indipendenti?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 5. Che cosa significa che una funzione reale $f(x,y)$ è derivabile parzialmente rispetto ad y in un punto (x_0, y_0)?