

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA															

VR 

--	--	--	--	--	--

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 30/08/2017**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \ln \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

si determini il suo dominio e si calcolino i limiti significativi. Si trovino i punti in cui la funzione si annulla. Si calcoli la derivata di  $f$  e si stabilisca dove la funzione è crescente/decescente. Si disegni quindi un possibile grafico di  $f$ . Utilizzando le trasformazioni elementari si disegni infine il grafico della funzione  $|f(x)| = \left| \ln \left( x - \frac{1}{x} \right) \right|$ .

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la trasformazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 \\ x_1 - x_2 + x_4 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 \end{pmatrix}.$$

Si determinino la dimensione e una base dell'immagine di  $T$ . Si dica se il primo vettore fondamentale di  $\mathbb{R}^3$  appartiene all'immagine di  $T$ . Che cosa possiamo dire sulla dipendenza delle righe della matrice di rappresentazione di  $T$  e sul sottospazio da esse generato?

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln \left( x - \frac{1}{y} \right)$$

si determini e si disegni nel piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di  $f$  e si dica se ci sono punti stazionari per la funzione. Si determini per tentativi un punto del dominio in cui la funzione si annulla e si determinino infine tutti i punti in cui la funzione si annulla.

---

- QUESITO 1. Che cosa significa per definizione che una funzione reale è decrescente?
- QUESITO 2. Si enunci il teorema fondamentale delle funzioni continue in un intervallo  $[a, b]$ .
- QUESITO 3. Si fornisca l'interpretazione geometrica della derivata di una funzione reale  $f$  in un punto  $x_0$ .
- QUESITO 4. Si definisca, nel caso generale, il rango di una matrice.
- QUESITO 5. Si dica come si studia la natura di un punto stazionario di una funzione di due variabili.