COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA
Vicenza, 10/11/2017
II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 1 - e^{-x}$$

se ne disegni un grafico, servendosi delle trasformazioni elementari. Si determinino l'immagine di f, il $\sup f$, l'$\inf f$ e si dica se ci sono punti di massimo o di minimo. Si dimostri che x è trascurabile rispetto a $f(x)$ per $x \to -\infty$. Si provi infine che la funzione $f(-\ln x)$ ha per grafico un retta.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x+2) & -1 \leq x \leq 0 \\ (x-1)^2 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Si provi che alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1, 2]$ e si verifichi, graficamente, la validità della tesi. Si stabilisca infine se ad f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 2]$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 2x - \ln(x+1)$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino i punti stazionari. Si studi poi l'andamento della funzione e si trovino gli eventuali punti di massimo o minimo locali e globali, disegnando un possibile grafico di f. È vero che la retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$ è la bisettrice del primo e terzo quadrante?

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto c è di frontiera per un insieme di numeri reali A?

QUESITO 2. Quando una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice iniettiva?

QUESITO 3. Cosa significa per definizione che una funzione f è continua in un punto x_0?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Weierstrass.

QUESITO 5. Cosa significa che un punto è stazionario per una funzione reale?

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA
Vicenza, 10/11/2017
II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 1 - \ln(-x)$$

se ne disegni un grafico, servendosi delle trasformazioni elementari. Si determinino l'immagine di f, il $\sup f$, l'$\inf f$ e si dica se ci sono punti di massimo o di minimo. Si dimostri che $f(x)$ è trascurabile rispetto ad x per $x \to -\infty$. Si provi infine che la funzione $f(-e^x)$ ha per grafico un retta.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x+1) & 0 \le x \le 1 \\ (x-2)^2 & 1 < x \le 3 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Si provi che alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[0, 3]$ e si verifichi, graficamente, la validità della tesi. Si stabilisca infine se ad f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 3]$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \ln(x+1) - 2x$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino i punti stazionari. Si studi poi l'andamento della funzione e si trovino gli eventuali punti di massimo o minimo locali e globali, disegnando un possibile grafico di f. È vero che la retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$ è la bisettrice del secondo e quarto quadrante?

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto c è interno ad un insieme di numeri reali A?

QUESITO 2. Quando una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice suriettiva?

QUESITO 3. Cosa significa per definizione che una funzione f è continua in un punto x_0?

QUESITO 4. Si enunci il teorema degli zeri.

QUESITO 5. Cosa significa che un punto è stazionario per una funzione reale?