COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 27/06/2018
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(1+x) & -1 < x \leq 0 \\ e^{-x} - 1 & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Sulla base del grafico si dica quali sono l'estremo superiore e l'estremo inferiore di f e se esistono punti di massimo o di minimo. Si dica poi se f è continua e derivabile in $\big(-1, +\infty\big)$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si considerino in $\mathbb{R}^4$ i vettori

$$v^1 = (0,1,1,0) \quad , \quad v^2 = (-1,0,-1,0) \quad , \quad v^3 = (1,0,1,-1).$$

Si stabilisca se i tre vettori sono linearmente indipendenti oppure no. Indicata poi con A la matrice formata con i tre vettori disposti in riga, si risolva il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$, indicando anche la dimensione e una base delle sue soluzioni.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = \ln\big(xy\big) - \ln\big(x-y\big),$$

si determini e si disegni nel piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di f e si dica se ci sono punti stazionari per la funzione. Si determini infine in quali punti la funzione si annulla.

QUESITO 1. Che cosa si intende con punto di massimo locale di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

QUESITO 2. Si commenti l'affermazione: se una funzione in un intervallo $[a,b]$ assume valori di segno opposto agli estremi a e b, allora si annulla in qualche punto dell'intervallo.

QUESITO 3. Se f è una funzione in un intervallo $[a,b]$, che cosa è per definizione la derivata destra di f nel punto a?

QUESITO 4. Si definisca, nel caso generale, il rango di una matrice.

QUESITO 5. Che cosa si intende con matrice Hessiana (o gradiente secondo) di una funzione $f(x,y)$?