

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA															

VR 

--	--	--	--	--	--

**PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA**

**Vicenza, 18/01/2019**

***II parte***

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \ln x$$

se ne calcoli l'integrale indefinito  $\int f(x) dx$  integrando per parti. Si calcoli poi l'integrale di  $f$  nell'intervallo  $[1, \sqrt[3]{e}]$ . Si stabilisca infine se l'integrale generalizzato  $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{f(x)} dx$  converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i tre vettori

$$v^1 = (-1, 0, 2) \quad , \quad v^2 = (0, 1, -1) \quad , \quad v^3 = (1, -1, -1)$$

si dica se formano una base di  $\mathbb{R}^3$ . Si dica se il vettore  $(5, -6, -4)$  appartiene o no al sottospazio generato dai tre vettori. Scelto infine uno dei tre vettori e scritto un vettore non nullo ad esso ortogonale, si provi che i quattro vettori così ottenuti sono generatori di  $\mathbb{R}^3$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2) - \ln(1 + xy)$$

si determini e si disegni il suo dominio e se ne indichino un punto interno e un punto di frontiera. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si provi che c'è un solo punto stazionario di  $f$  e lo si determini. Attraverso lo studio del segno di  $f$  si stabilisca la natura del punto stazionario, cioè se è di massimo, di minimo o né di massimo né di minimo.

QUESITO 1. Si dia la definizione di primitiva di una funzione  $f(x)$  in un intervallo.

QUESITO 2. Che cosa si intende con integrale di Riemann generalizzato?

QUESITO 3. Che cosa significa che i vettori  $v^1, v^2, \dots, v^k$  sono linearmente indipendenti?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Cramer.

QUESITO 5. Che cosa significa per definizione che una funzione reale  $f(x, y)$  è derivabile parzialmente rispetto ad  $y$  in un punto  $(x_0, y_0)$ ?