COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 01/02/2019
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2 - e^{-x} & x \leq 0 \\ \ln(x+1) & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se f è continua e derivabile in tutto $\mathbb{R}$. Si dica se alla funzione f è applicabile il teorema degli zeri nell'intervallo $[-1, 1]$ e si dica comunque se la tesi è vera.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dato il sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} -x + 2z = 0 \\ y - z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

si provi che $(-2, -1, -1)$ è una sua soluzione. Si determini la dimensione del sottospazio delle soluzioni del sistema. Si trovino tutte le soluzioni e si indichi una base di queste. Si dica infine se aggiungendo al sistema la quarta equazione $-2x + 3y + z = 0$ le soluzioni restano le stesse oppure si modificano.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x+y}{1-x^2}}$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di f e si dica se esistono punti stazionari. Si determini e si disegni nel dominio la curva lungo la quale la funzione assume il valore 1.

QUESITO 1. Si dica quando una funzione si dice continua in un punto x_0.

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Rolle.

QUESITO 3. In quali casi l'integrale di Riemann $\int_a^b f$ coincide con l'area della regione compresa tra l'asse x e il grafico della funzione f?

QUESITO 4. Che cosa si intende con base di un sottospazio dello spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$?

QUESITO 5. Che cosa significa per definizione che una forma quadratica è semidefinita positiva?