

COGNOME																			
NOME																			
MATRICOLA																			

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 30/08/2019**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x+1) & -1 < x \leq 0 \\ 2 - e^{-x} & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se  $f$  è continua e derivabile in tutto  $\mathbb{R}$ . Si considerino tutte le ipotesi del teorema degli zeri e si dica se la funzione  $f$  le soddisfa nell'intervallo  $[\frac{1}{e} - 1, 1]$ . Si dica infine comunque se la tesi è vera.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dato il sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} -x + 2z + t = 0 \\ y - z - 2t = 0 \\ x - y - z + t = 0 \end{cases}$$

si provi che  $(1, -1, 1, -1)$  è una soluzione. Scritta la matrice  $A$  del sistema, si determini la dimensione del sottospazio delle soluzioni. Si trovino tutte le soluzioni e si indichi una base di queste.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x+y}{1-y^2}}$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di  $f$  e si dica se esistono punti stazionari. Si determini e si disegni nel dominio la curva lungo la quale la funzione assume il valore 1.

---

QUESITO 1. Si commenti l'affermazione: una funzione continua in un intervallo ha almeno un punto di massimo e un punto di minimo.

QUESITO 2. Si definisca rigorosamente che cosa significa che una funzione è decrescente in un intervallo.

QUESITO 3. In quali casi l'integrale di Riemann  $\int_a^b f$  può non coincidere con l'area della regione compresa tra l'asse  $x$  e il grafico della funzione  $f$ ?

QUESITO 4. Si dica perché non è corretta la seguente affermazione: in una matrice non quadrata  $A$  il rango è massimo se il determinante di  $A$  è diverso da zero.

QUESITO 5. Si fornisca una condizione che permette di affermare che una forma quadratica in due variabili è indefinita