COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA
Vicenza, 04/11/2019
II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 45 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 2 esercizi e 4 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 8). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln(-x) & -2 \leq x \leq -1 \\ x^2 - 1 & -1 < x \leq 1 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Si provi che alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $\big[-2, 1\big]$ e si trovi in quali punti è verificata la tesi del teorema. Si dica infine se alla funzione f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $\big[-2, 1\big]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 8). Data la funzione

$$f(x) = 3\ln(x-1) - x$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino i punti stazionari. Si disegni un possibile grafico di f. Si scriva l'immagine di f, cioè l'insieme dei valori che la funzione assume. Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 2$. Si dica infine quante soluzioni ha l'equazione $|f(x)| = \frac{1}{2}$.

QUESITO 1. Cosa significa che un insieme di numeri reali è aperto?

QUESITO 2. Che cosa dice il teorema degli zeri?

QUESITO 3. Si scriva uno dei cosiddetti limiti notevoli.

QUESITO 4. Si fornisca l'interpretazione geometrica della derivata di una funzione f in un punto x_0.