

|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| COGNOME   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| NOME      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| MATRICOLA |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|    |  |  |  |  |  |  |
|----|--|--|--|--|--|--|
| VR |  |  |  |  |  |  |
|----|--|--|--|--|--|--|

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 15/01/2020**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 0 \\ e^{-x} & 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se  $f$  è continua e derivabile nell'intervallo  $[-1, 1]$ . Si dica perché non è applicabile il teorema di Lagrange alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[-1, 1]$  ma si provi che comunque la tesi è vera.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i tre vettori

$$v^1 = (1, 0, -2) \quad , \quad v^2 = (-2, 1, 0) \quad , \quad v^3 = (-1, 2, -6)$$

si provi che essi non formano una base di  $\mathbb{R}^3$ . Si provi che il vettore  $(-2, 3, -8)$  appartiene al sottospazio  $\mathcal{S}$  generato dai tre vettori e lo si scriva come combinazione lineare dei tre. Si dica infine se è vero che nessuno dei vettori fondamentali di  $\mathbb{R}^3$  appartiene ad  $\mathcal{S}$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln \left( \frac{1 + xy}{y} \right)$$

si determini e si disegni il suo dominio e se ne indichino un punto interno e un punto di frontiera. Si trovino gli eventuali punti stazionari di  $f$ . Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si scriva la restrizione di  $f$  ai punti del dominio che stanno sull'asse  $y$ .

- QUESITO 1. Si enunci il teorema fondamentale delle funzioni continue in un intervallo.
- QUESITO 2. Si dica se l'affermazione “se  $f$  è derivabile in  $x_0$  allora  $f$  è continua in  $x_0$ ” è vera o falsa.
- QUESITO 3. Si dia la definizione di primitiva di una funzione  $f(x)$  in un intervallo.
- QUESITO 4. Si dia una definizione di sottospazio dello spazio vettoriale  $\mathbb{R}^n$ .
- QUESITO 5. Che cosa significa per definizione che una forma quadratica è indefinita?

