COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 04/02/2020
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x + \ln(1 + x^2)$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino i punti stazionari. Si studi poi l'andamento della funzione e si trovino gli eventuali punti di massimo o minimo locali e globali, disegnando un possibile grafico di f. Si dica infine, basandosi sul grafico, quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y + z + 2t = 0 \\ 2x - y - z + t = 0 \\ -x + 2z + t = 0 \end{cases}$$

si dica perché il sistema ha certamente soluzioni. Si trovi la dimensione dello spazio S delle sue soluzioni. Si risolva il sistema e si indichi una base di S.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x + \ln\left(\frac{y-1}{x-1}\right)$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si provi che non ci sono punti stazionari. Si verifichi che l'iperbole di equazione $(x-1)(y-1) = 1$ è interamente contenuta nel dominio di f. Si scriva infine la restrizione di f ai punti di questa curva.

QUESITO 1. Si dica se l'affermazione "una funzione f definita in un intervallo chiuso e limitato ha certamente almeno un punto di massimo e almeno un punto di minimo" è vera o falsa.

QUESITO 2. Si dica come si può stabilire la natura di un punto stazionario per una funzione $f(x)$.

QUESITO 3. Si descriva la modalità per il calcolo di un integrale di Riemann.

QUESITO 4. Si enunci uno dei risultati fondamentali sui sistemi di equazioni lineari.

QUESITO 5. Si dica come si può stabilire la natura di un punto stazionario per una funzione $f(x, y)$.