

Esame di Matematica
26 giugno 2020

1. **Domanda 01** MULTI Single

Trovare quoziente e resto della divisione di $P(x) = x^5 + x^2 + 1$ per $D(x) = x + 1$.

- (i) $Q(x) = x^4 - x^2 + x, R(x) = 1$
- (ii) $Q(x) = x^4 + x^3 - x^2, R(x) = 1$
- (iii) $Q(x) = x^4 - x^3, R(x) = 1$
- (iv) $Q(x) = x^4 - x^3 + x^2, R(x) = 1$

2. **Domanda 02** MULTI Single

L'espressione $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} - \ln \sqrt{e}$ è uguale a

- (i) $1/2$
- (ii) -1
- (iii) -2
- (iv) $-1/2$

3. **Domanda 03** MULTI Single

Le soluzioni dell'equazione $2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 3 = 0$ sono

- (i) $x = -1$ oppure $x = 3$
- (ii) $x = \log_2 3$
- (iii) $x = \log_2 3$ oppure $x = -\frac{1}{2}$
- (iv) $x = \log_2 3$ oppure $x = \frac{1}{2}$

4. **Domanda 04** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $\frac{x}{x+1} \geq 2$ sono

- (i) l'intervallo $(-1, -2]$
- (ii) l'insieme $(-\infty, -2] \cup (-1, +\infty)$
- (iii) l'intervallo $[-2, -1)$
- (iv) l'intervallo $(-2, -1)$

5. **Domanda 05** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $x^2 - y^2 > 0$ sono

- (i) una regione che ha per frontiera un'iperbole
- (ii) una regione che ha per frontiera due rette
- (iii) una regione al di sopra di una parabola
- (iv) tutto il piano ad eccezione dell'origine

6. **Domanda 06** MULTI Single

Usando le trasformazioni grafiche elementari si arriva a dire che il grafico della funzione $f(x) = |\ln(-x)|$ è

- (i) privo di punti angolosi
- (ii) quello di una funzione definita in tutto \mathbb{R}
- (iii) tutto contenuto nel secondo quadrante
- (iv) quello di una funzione monotona

7. **Domanda 07** MULTI Single

L'immagine della funzione $f : [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = e^{-x}$ è

- (i) l'intervallo $(-\infty, -e]$
- (ii) l'intervallo $(0, 1]$
- (iii) l'intervallo $[0, e]$
- (iv) l'intervallo $(0, e]$

8. **Domanda 08** MULTI Single

Il limite $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\ln^2(1+x)}{x}$ è

- (i) $+\infty$
- (ii) 1
- (iii) $-\infty$
- (iv) -1

9. **Domanda 09** MULTI Single

La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

è

- (i) invertibile in tutto \mathbb{R}
- (ii) derivabile e quindi continua in 0
- (iii) continua ma non derivabile in 0
- (iv) continua in 0 da destra ma non da sinistra

10. **Domanda 10** MULTI Single

Si dica quale tra i seguenti è un corretto enunciato del teorema degli zeri.

- (i) Una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato, che assuma valori di segno opposto agli estremi di questo intervallo, si annulla in almeno un punto dell'intervallo
- (ii) Se una funzione continua $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è tale per cui $f(a) \cdot f(b) < 0$, allora esiste un punto $c \in (a, b)$ in cui $f'(c) = 0$

- (iii) Con le stesse ipotesi del teorema di Weierstrass in un intervallo $[a, b]$, se inoltre $f(a) + f(b) < 0$, allora esiste un punto $c \in (a, b)$ in cui $f(c) = 0$
- (iv) Se una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è tale per cui $f(a) \cdot f(b) < 0$, allora esiste un punto $c \in (a, b)$ in cui $f(c) = 0$

11. **Domanda 11** MULTI Single

La derivata della funzione $f(x) = x^2(1 - \ln x)$ è

- (i) $x - 2x \ln x$
- (ii) $2x \cdot (-\frac{1}{x})$
- (iii) $2x(1 - \ln x) + x^2 \cdot \frac{1}{x}$
- (iv) $x - 2 \ln x$

12. **Domanda 12** MULTI Single

Il polinomio $p(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x$ è

- (i) crescente nell'intervallo $(-2, 3)$
- (ii) crescente nell'insieme $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$
- (iii) decrescente nell'insieme $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$
- (iv) crescente in tutto \mathbb{R}

13. **Domanda 13** MULTI Single

L'integrale $\int \frac{1+x^2}{x^3} dx$ è

- (i) $-\frac{3}{x^4} + \ln|x| + c$
- (ii) $-\frac{1}{2x^2} + \ln|x| + c$
- (iii) $-\frac{2}{x^2} + \ln|x| + c$
- (iv) $-\frac{1}{2x} + \ln|x| + c$

14. **Domanda 14** MULTI Single

L'integrale $\int_{-1}^1 e^{-2x} dx$ vale

- (i) $-\frac{1}{2}(e^{-2} - e^2) + c$
- (ii) $\frac{1}{2}(e^{-2} - e^2)$
- (iii) $-2(e^{-2} - e^2)$
- (iv) $\frac{1}{2}(e^2 - e^{-2})$

15. **Domanda 15** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti è una corretta definizione di vettori linearmente indipendenti (l.i.) (c.l. significa combinazione lineare)

- (i) I vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono l.i. se il vettore nullo si può ottenere come loro c.l. solo se i coefficienti della c.l. sono tutti nulli

- (ii) I vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono l.i. se la loro c.l. banale, cioè con tutti i coefficienti nulli, è il vettore nullo
- (iii) I vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono l.i. se il vettore nullo si può ottenere come loro c.l. solo se i coefficienti della c.l. non sono tutti nulli
- (iv) I vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono l.i. se la loro c.l. è banale, cioè ha tutti i coefficienti nulli

16. **Domanda 16** MULTI Single

Tra le seguenti coppie di vettori indicare quella in cui i due vettori sono ortogonali.

- (i) $(1, -2, 3)$ e $(-1, 1, -1)$
- (ii) $(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ e $(-1, 2, 6)$
- (iii) $(0, -1, 1)$ e $(-1, -1, 1)$
- (iv) $(1, 2, -3)$ e $(-2, 1, 1)$

17. **Domanda 17** NUMERICAL

Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ è

18. **Domanda 18** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti affermazioni è corretta, relativamente al rango di una matrice $m \times n$.

- (i) Il rango della matrice è l'ordine massimo delle sottomatrici quadrate della matrice stessa
- (ii) Il rango della matrice è il minimo tra m ed n
- (iii) Il rango della matrice è il determinante di ordine massimo presente nella matrice
- (iv) Il rango della matrice è il massimo numero di righe linearmente indipendenti

19. **Domanda 19** MULTI Single

La derivata parziale rispetto ad y della funzione $f(x, y) = \frac{x}{y^2}$ è

- (i) $-\frac{x^2}{2y^3}$
- (ii) $-\frac{2x}{y^3}$
- (iii) $\frac{x}{2y^3}$
- (iv) $-\frac{x}{y^3}$

20. **Domanda 20** MULTI Single

I punti stazionari della funzione $f(x, y) = xy^2 - xy - y$ sono

- (i) $(0, -1)$ \vee $(1, 1)$
- (ii) $(-1, 0)$ \vee $(1, -1)$
- (iii) $(-1, 0)$ \vee $(1, 1)$
- (iv) $(-1, 0)$

Total of marks: 30