

Esame di Matematica
26 agosto 2020

1. **Domanda 01** MULTI Single

Relativamente ai polinomi $P(x) = x^5 + 2x^3 - 3x^2 - 6$ e $D(x) = x^3 - 3$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (i) il polinomio $P(x)$ non è divisibile per il polinomio $D(x)$
- (ii) il resto è $R(x) = 1$
- (iii) il resto è nullo in base alla regola di Ruffini
- (iv) il quoziente è $Q(x) = x^2 + 2$

2. **Domanda 02** MULTI Single

La scrittura $\frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} = \frac{a}{\sqrt{a} + a}$ è

- (i) vera per ogni a reale
- (ii) vera per ogni a strettamente positivo
- (iii) sempre falsa
- (iv) vera per ogni $a \geq 0$

3. **Domanda 03** MULTI Single

Le soluzioni dell'equazione $\frac{x}{\ln x} = x \ln x$ sono

- (i) $x = e$
- (ii) $x = 1/e$ oppure $x = e$
- (iii) $x = 0$ oppure $x = 1/e$ oppure $x = e$
- (iv) $x = 0$ oppure $x = 1$

4. **Domanda 04** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $\log_2^2 x \geq 1$ sono

- (i) l'intervallo $[1/2, 2]$
- (ii) l'intervallo $[2, +\infty)$
- (iii) l'insieme $(0, 1/2] \cup [2, +\infty)$
- (iv) l'insieme $(-\infty, 1/2] \cup [2, +\infty)$

5. **Domanda 05** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $xy - x - 1 > 0$ sono

- (i) un insieme che ha per frontiera due rette
- (ii) un insieme che sta in tutti i quadranti tranne uno

- (iii) un insieme che sta in tutti i quadranti
- (iv) un insieme limitato del piano

6. Domanda 06 MULTI Single

Usando le trasformazioni grafiche elementari si arriva a dire che il grafico della funzione $f(x) = |1 - \frac{1}{x}|$ è

- (i) privo di punti angolosi
- (ii) quello di una funzione definita in tutto \mathbb{R}
- (iii) quello di una funzione suriettiva se il codominio è $[0, +\infty)$
- (iv) quello di una funzione monotona

7. Domanda 07 MULTI Single

La controimmagine di $[0, 1]$ attraverso la funzione $f(x) = \ln(-x)$ è

- (i) l'intervallo $(-\infty, 1]$
- (ii) l'intervallo $[-1, -e]$
- (iii) l'intervallo $[\frac{1}{e}, 1]$
- (iv) l'intervallo $[-e, -1]$

8. Domanda 08 MULTI Single

Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} (-e^{1/x} + \ln x)$ è

- (i) $+\infty$
- (ii) -1
- (iii) $-\infty$
- (iv) una forma indeterminata

9. Domanda 09 MULTI Single

La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

è

- (i) invertibile in tutto \mathbb{R}
- (ii) derivabile e quindi continua in 0
- (iii) continua ma non derivabile in 0
- (iv) continua in 0 da destra ma non da sinistra

10. Domanda 10 MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti fornisce la definizione corretta.

Una funzione f è continua in un punto c

- (i) se il limite di f per x che tende a c esiste ed è uguale al valore che la funzione assume in c ;

- (ii) se $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$ esiste finito ed è uguale a $f(c)$.
- (iii) se $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$;
- (iv) se i limiti destro e sinistro di f in c esistono finiti e sono uguali;

11. **Domanda 11** MULTI Single

La derivata della funzione $f(x) = (x - e^{-x})^2$ è

- (i) $2(x - e^{-x})(1 + e^{-x})$
- (ii) $2(x + e^{-x})(1 + e^{-x})$
- (iii) $2(x - e^{-x})(1 - e^{-x})$
- (iv) $2(1 + e^{-x})$

12. **Domanda 12** MULTI Single

La funzione $f(x) = x \ln x$ è

- (i) crescente nell'intervallo $(0, \frac{1}{e})$
- (ii) decrescente nell'intervallo $(0, \frac{1}{e})$
- (iii) decrescente in tutti i reali positivi
- (iv) decrescente nell'intervallo $(-\infty, \frac{1}{e})$

13. **Domanda 13** MULTI Single

L'integrale $\int_1^2 \frac{2}{x^2} dx$ vale

- (i) 2
- (ii) 1
- (iii) $\frac{1}{2}$
- (iv) -1

14. **Domanda 14** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti fornisce la definizione corretta (c.l. significa combinazione lineare).
I vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono linearmente indipendenti (l.i.)

- (i) se il vettore nullo si può ottenere come loro c.l. solo se i coefficienti della c.l. non sono tutti nulli;
- (ii) se la loro c.l. banale, cioè con tutti i coefficienti nulli, è il vettore nullo;
- (iii) se il vettore nullo si può ottenere come loro c.l.
- (iv) se per ottenere il vettore nullo come loro c.l. l'unico modo è quello di porre tutti i coefficienti della c.l. uguali a zero;

15. **Domanda 15** MULTI Single

Quale dei seguenti vettori non è combinazione lineare di $(0, 1, 0)$ e $(0, 1, 1)$?

- (i) $(1, 0, 0)$

- (ii) (0, 2, 1)
- (iii) (0, 0, 1)
- (iv) (0, 2, 0)

16. **Domanda 16** NUMERICAL

Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è

17. **Domanda 17** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti affermazioni è corretta, relativamente al rango di una matrice 3×4 .

- (i) Se il determinante della sottomatrice formata dalle prime 3 colonne è zero, il rango è 2
- (ii) Il rango della matrice è 2 se tutti i minori del 3° ordine sono nulli e il determinante della sottomatrice formata dalle prime 2 righe e dalle ultime 2 colonne è diverso da zero.
- (iii) Il rango della matrice è 2 se tutti i minori del 3° ordine sono nulli
- (iv) Se le prime 2 righe sono l.i. il rango è 2

18. **Domanda 18** MULTI Single

La forma quadratica $x^2 + y^2 + 2xz + z^2$ è

- (i) positiva
- (ii) definita positiva
- (iii) indefinita
- (iv) semidefinita positiva

19. **Domanda 19** MULTI Single

Il gradiente della funzione $f(x, y) = (x \ln y)^2$ è

- (i) $\left(2 \ln y, \frac{2x}{y} \right)$
- (ii) $\left(2x \ln^2 y, \frac{2x^2}{y} \ln y \right)$
- (iii) $\left(2x \ln^2 y, \frac{2x}{y} \ln y \right)$
- (iv) $\left(2x \ln y, \frac{2x^2 \ln y}{y} \right)$

20. **Domanda 20** MULTI Single

I punti stazionari vincolati della funzione $f(x, y) = 3x + y^3$ sulla retta di equazione $x + y = 0$ sono

- (i) (1, 1) e (-1, -1)
- (ii) (0, 0), (1, -1) e (-1, 1)
- (iii) (1, -1) e (-1, 1)
- (iv) quattro

Total of marks: 30