

Esame di Matematica
22 gennaio 2021

1. **Domanda 01** MULTI Single

$\log_4(2\sqrt{2})^{-1/2}$ è uguale a

- (i) $-\frac{3}{2}$
- (ii) $-\frac{3}{4}$
- (iii) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (iv) $-\frac{3}{8}$

2. **Domanda 02** MULTI Single

La scrittura $\sqrt{a^4} = a\sqrt{a^2}$ è

- (i) vera per ogni a reale
- (ii) vera per ogni $a \geq 0$
- (iii) sempre falsa
- (iv) vera per ogni $a > 0$

3. **Domanda 03** MULTI Single

La soluzione dell'equazione $e^{-1/x} = \frac{1}{3}$ è

- (i) $x = \ln 3$
- (ii) $x = \frac{1}{\ln 3}$
- (iii) $x = -\frac{1}{\ln 3}$
- (iv) $x = -\ln 3$

4. **Domanda 04** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $\ln(x^2) \leq 2$ sono

- (i) $0 < x \leq e$
- (ii) $0 < x \leq 1$
- (iii) $-e \leq x < 0$ oppure $0 < x \leq e$
- (iv) $-e \leq x \leq e$

5. **Domanda 05** MULTI Single

Nel piano le soluzioni della disequazione $x(1 - xy) > 0$ sono

- (i) un insieme che ha per frontiera un'iperbole
- (ii) un insieme che sta in tutti i quadranti tranne uno
- (iii) un insieme che sta in tutti i quadranti

(iv) un insieme che sta nel primo e quarto quadrante

6. **Domanda 06**

Ottenuto con le trasformazioni grafiche elementari il grafico di $f(x) = -\ln|x-1|$, si può dire che

- (i) la funzione è iniettiva
- (ii) la funzione è definita in tutto \mathbb{R}
- (iii) la funzione non ha punti angolosi
- (iv) la funzione è monotona

7. **Domanda 07**

L'espressione della funzione inversa di $f(x) = \frac{x}{1+x}$ è

- (i) $x = y + xy$
- (ii) $x = \frac{1+y}{y}$
- (iii) $x = \frac{y}{1+y}$
- (iv) $x = \frac{y}{1-y}$

8. **Domanda 08**

Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(e^{1/x} \cdot \ln \left(-\frac{1}{x} \right) \right)$ è

- (i) $+\infty$
- (ii) 0
- (iii) una forma indeterminata
- (iv) $-\infty$

9. **Domanda 09**

La funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(ottenere il grafico con le trasformazioni elementari) è

- (i) continua ma non derivabile in 0
- (ii) continua e quindi derivabile in 0
- (iii) invertibile in tutto \mathbb{R}
- (iv) continua in 0 da sinistra ma non da destra

10. **Domanda 10**

Si dica quale tra le seguenti affermazioni è corretta.

- (i) Tra le ipotesi del teorema di Weierstrass figura la continuità ma non la derivabilità
- (ii) la tesi del teorema degli zeri è che la derivata della funzione si annulla nell'intervallo
- (iii) una delle ipotesi del teorema di Weierstrass è che la funzione abbia massimo e minimo
- (iv) una delle ipotesi del teorema degli zeri è che la funzione abbia valori opposti agli estremi

11. **Domanda 11** MULTI Single

La derivata della funzione $f(x) = (x - x \ln x)^2$ è

- (i) $-2x \ln x(1 - \ln x)$
- (ii) $-2x \ln x(1 + \ln x)$
- (iii) $2x \ln x(1 - \ln x)$
- (iv) $2(x - x \ln x)(2 - \ln x)$

12. **Domanda 12** MULTI Single

La funzione $f(x) = xe^{-x}$ è

- (i) decrescente in $(-\infty, 1)$ e crescente in $(1, +\infty)$
- (ii) crescente in $(-\infty, 1)$ e decrescente in $(1, +\infty)$
- (iii) decrescente in tutti i reali positivi
- (iv) crescente in $(-\infty, -1)$ e decrescente in $(-1, +\infty)$

13. **Domanda 13** MULTI Single

L'integrale $\int \frac{1}{x(1 + \ln x)} dx$ è

- (i) $-\frac{1}{1 + \ln x} + c$
- (ii) $\ln |1 + \ln x| + c$
- (iii) $\ln |\ln x| + c$
- (iv) $\frac{(1 + \ln x)^2}{2} + c$

14. **Domanda 14** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti definizioni è corretta (c.l. significa combinazione lineare).

- (i) i vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono linearmente dipendenti se il vettore nullo si ottiene come loro c.l. soltanto ponendo tutti i coefficienti della c.l. uguali a zero;
- (ii) i vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono linearmente indipendenti se nella loro c.l. devo porre uguali a zero tutti i coefficienti;
- (iii) i vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono linearmente indipendenti se ponendo uguali a zero tutti i coefficienti ottengo il vettore nullo.
- (iv) I vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono linearmente indipendenti se il vettore nullo si ottiene come loro c.l. soltanto ponendo tutti i coefficienti della c.l. uguali a zero;

15. **Domanda 15** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti affermazioni è corretta

- (i) il rango di una trasformazione lineare coincide con il massimo numero di righe linearmente indipendenti della matrice di rappresentazione
- (ii) il rango di una trasformazione lineare è uguale al numero di colonne della matrice di rappresentazione
- (iii) un insieme di vettori linearmente indipendenti sono sempre una base di \mathbb{R}^n
- (iv) il rango di una trasformazione lineare coincide con il determinante della matrice di rappresentazione

16. **Domanda 16** NUMERICAL

Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ è

17. **Domanda 17** MULTI Single

La curva di livello 1 della funzione $f(x, y) = xy + y$

- (i) sta in tutti i quadranti
- (ii) è il grafico di una funzione
- (iii) è formato da due rette perpendicolari
- (iv) non è il grafico di una funzione perché manca di un punto

18. **Domanda 18** MULTI Single

La forma quadratica $-x^2 + 2xy - 2y^2 - 2yz - z^2$ è

- (i) indefinita negativa
- (ii) definita negativa
- (iii) indefinita
- (iv) semidefinita negativa

19. **Domanda 19** MULTI Single

Il gradiente della funzione $f(x, y) = \frac{\ln y}{x}$ è

- (i) $\left(-\frac{\ln y}{x^2}, -\frac{1}{xy}\right)$
- (ii) $\left(-\frac{\ln y}{x^2}, \frac{1}{xy}\right)$
- (iii) $\left(-\frac{\ln y}{x}, \frac{1}{xy}\right)$
- (iv) $\left(\frac{\ln y}{x^2}, \frac{1}{xy}\right)$

20. **Domanda 20** MULTI Single

La funzione $f(x, y) = x^2y + xy$

- (i) ha i punti stazionari $(0, 0)$ e $(-1, 0)$, uno di minimo e uno di sella
- (ii) ha i punti stazionari $(0, 0)$, $(-1, 0)$ e $(-\frac{1}{2}, 0)$ e nessuno è di massimo
- (iii) ha i punti stazionari $(0, 0)$ e $(-1, 0)$, entrambi di sella
- (iv) quattro punti stazionari

Total of marks: 30