

Esame di Matematica
08 febbraio 2021

1. **Domanda 01** MULTI Single

Una corretta scrittura di $\sqrt{2}$ come potenza in base e è

- (i) $e^{\ln(\frac{1}{2})}$
- (ii) $\frac{1}{2}e^{\ln 2}$
- (iii) $e^{\ln(\frac{2}{2})}$
- (iv) $e^{\frac{1}{2}\ln 2}$

2. **Domanda 02** MULTI Single

L'uguaglianza $\ln(a^4) = 2 \ln(a^2)$ è

- (i) vera per ogni a reale
- (ii) vera per ogni $a \neq 0$
- (iii) sempre falsa
- (iv) vera per ogni $a > 0$

3. **Domanda 03** MULTI Single

Le soluzioni dell'equazione $\ln\left(-\frac{1}{x}\right) = 2$ sono date da

- (i) $x = -\frac{1}{\ln 2}$
- (ii) $x = -e^{-2}$
- (iii) $x = \frac{1}{e^2}$
- (iv) l'insieme vuoto

4. **Domanda 04** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $e^{2x} \geq e^x + 2$ sono

- (i) $x \leq -1$ oppure $x \geq 2$
- (ii) $e^x \leq -1$ oppure $e^x \geq 2$
- (iii) $x \geq \ln 2$
- (iv) $x \leq \ln(-1)$ oppure $x \geq \ln 2$

5. **Domanda 05** MULTI Single

Nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione $x^2(1 - y) \geq 0$

- (i) ha per frontiera una parabola e una retta
- (ii) include entrambi gli assi cartesiani
- (iii) include un solo asse cartesiano
- (iv) è un semipiano

6. Domanda 06 MULTI Single

Ottenuto con le trasformazioni grafiche elementari il grafico di $f(x) = 1 - \sqrt{|x|}$, si può dire che

- (i) la funzione è iniettiva
- (ii) la funzione è monotona
- (iii) la funzione è pari
- (iv) la funzione è derivabile in tutto \mathbb{R}

7. Domanda 07 MULTI Single

L'immagine dell'intervallo $(0, 1)$ attraverso la funzione $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ è

- (i) l'intervallo $(0, +\infty)$
- (ii) l'intervallo $(-\infty, -1)$
- (iii) l'intervallo $(-\infty, 1)$
- (iv) l'intervallo $(-\infty, 0)$

8. Domanda 08 MULTI Single

Il limite $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x-1)}{1-\sqrt{x}}$ è

- (i) $-\infty$
- (ii) 0
- (iii) $+\infty$
- (iv) una forma indeterminata

9. Domanda 09 MULTI Single

Una corretta scrittura della derivata della funzione $f(x) = \ln(x+2)$ nel punto $x_0 = -1$, come limite del rapporto incrementale, è

- (i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+2)}{x-1}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+1)}{x+1}$
- (iii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1+h)}{h}$
- (iv) $\lim_{h \rightarrow -1} \frac{\ln(1+h)}{h}$

10. Domanda 10 MULTI Single

La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln(-x) & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } x > -1 \end{cases} \quad \text{è}$$

- (i) continua ma non derivabile in -1

- (ii) invertibile in tutto \mathbb{R}
- (iii) continua e derivabile in -1
- (iv) continua in -1 da sinistra ma non da destra

11. **Domanda 11** MULTI Single

La corretta formulazione della tesi del teorema di Lagrange applicato alla funzione $f(x) = \ln x$ nell'intervallo $[1, e]$ è

- (i) esiste un punto c in $(1, e)$ tale che $\frac{1}{c} = \frac{1}{e-1}$
- (ii) esiste un punto c in $(1, e)$ in cui la retta tangente è orizzontale
- (iii) esiste un punto c in $(1, e)$ tale che $c = \frac{1}{e-1}$
- (iv) esiste un punto c in $(1, e)$ tale che $\ln c = \frac{1}{e-1}$

12. **Domanda 12** MULTI Single

La derivata della funzione $f(x) = \frac{1}{x \ln x - x}$ è

- (i) $\frac{x \ln x - x - \ln x}{(x \ln x - x)^2}$
- (ii) $-\frac{\ln x}{x^2(\ln x - 1)^2}$
- (iii) $\frac{\ln x}{(x \ln x - x)^2}$
- (iv) $\ln(x \ln x - x)$

13. **Domanda 13** MULTI Single

L'integrale $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ è

- (i) $\frac{3}{2}$
- (ii) $1 - \ln 2$
- (iii) 0
- (iv) $1 + \ln 2$

14. **Domanda 14** MULTI Single

I vettori $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 0)$ e $(1, 0, 0)$

- (i) sono linearmente indipendenti ma non formano una base di \mathbb{R}^3
- (ii) sono linearmente dipendenti
- (iii) sono generatori \mathbb{R}^3 , pur non essendo linearmente indipendenti
- (iv) formano una base di \mathbb{R}^3

15. Domanda 15 MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti è la corretta matrice inversa di $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

- (i) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
- (ii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$
- (iii) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
- (iv) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

16. Domanda 16 MULTI Single

Sia $Ax = 0$ un sistema quadrato omogeneo, quindi con A matrice quadrata $n \times n$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (i) Il sistema ha soluzioni non banali se e solo se $\det A \neq 0$
- (ii) Il sistema ha soluzioni non banali se e solo se $\det A = 0$
- (iii) Se il rango di A è minore di n il sistema è impossibile
- (iv) Se il rango di A è n il sistema può avere come soluzione il vettore a componenti unitarie (tutte le componenti uguali a 1)

17. Domanda 17 MULTI Single

La curva di livello 0 della funzione $f(x, y) = x^2y - y$

- (i) è formata da due rette perpendicolari
- (ii) è il grafico di una funzione
- (iii) è formata da una retta e una parabola
- (iv) è formata da tre rette

18. Domanda 18 MULTI Single

La forma quadratica $-2x^2 + 2xy - y^2 + 2yz - z^2$ è

- (i) indefinita negativa
- (ii) indefinita
- (iii) semidefinita negativa
- (iv) definita negativa

19. Domanda 19 MULTI Single

Il gradiente della funzione $f(x, y) = xy - y \ln y$ è

- (i) $(y, x - \ln y + 1)$

- (ii) $(y - y \ln y, x - \ln y - 1)$
- (iii) $(y, x - \ln y - 1)$
- (iv) $(y, x - \ln y)$

20. **Domanda 20** MULTI Single

Sul vincolo $y - \ln x = 0$ la funzione $f(x, y) = e^y \ln x$

- (i) ha in $(\frac{1}{e}, 1)$ un punto stazionario vincolato
- (ii) ha in $(\frac{1}{e}, -1)$ un punto di massimo vincolato
- (iii) non ha nessun punto di massimo o di minimo vincolato
- (iv) ha in $(\frac{1}{e}, -1)$ un punto di minimo vincolato

Total of marks: 30