

Esame di Matematica
29 giugno 2021

1. **Domanda 01** MULTI Single

Una corretta scrittura di -2 come logaritmo in base $\frac{1}{4}$ è

- (i) $\log_{1/4} \frac{1}{16}$
- (ii) $\log_{1/4} 8$
- (iii) quanto richiesto è impossibile
- (iv) $\log_{1/4} 16$

2. **Domanda 02** MULTI Single

L'uguaglianza $\sqrt[8]{b^4} = \sqrt[4]{b^2}$ è

- (i) vera per ogni $b \neq 0$
- (ii) vera per ogni b reale
- (iii) sempre falsa
- (iv) vera per ogni $b \geq 0$

3. **Domanda 03** MULTI Single

Le soluzioni dell'equazione $\ln\left(-\frac{2}{x}\right) = 1$ sono date da

- (i) $x = -\frac{e}{2}$
- (ii) $x = -\frac{2}{e}$
- (iii) $x = \frac{2}{e}$
- (iv) l'insieme vuoto

4. **Domanda 04** MULTI Single

Le soluzioni della disequazione $\ln^2 x \geq \ln x + 2$ sono

- (i) $x \leq -1$ oppure $x \geq 2$
- (ii) $0 < x \leq e^{-2}$ oppure $x \geq e^{-1}$
- (iii) $0 < x \leq \frac{1}{e}$ oppure $x \geq e^2$
- (iv) $x \leq \frac{1}{e}$ oppure $x \geq e^2$

5. **Domanda 05** MULTI Single

Nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione $(1-x)y > 0$

- (i) ha per frontiera un'iperbole
- (ii) non ha punti nel terzo quadrante
- (iii) include entrambi gli assi cartesiani
- (iv) è l'unione di due semipiani

6. Domanda 06 MULTI Single

Ottenuto con le trasformazioni grafiche elementari il grafico di $f(x) = -\ln|x|$, si può dire che

- (i) la funzione è dispari
- (ii) la funzione è monotona
- (iii) la funzione è derivabile nei punti in cui è definita
- (iv) la funzione è invertibile

7. Domanda 07 MULTI Single

La controimmagine dell'intervallo $[0, +\infty)$ attraverso la funzione $f(x) = -\frac{1}{x}$ è

- (i) l'intervallo $[0, +\infty)$
- (ii) tutto \mathbb{R} escluso 0
- (iii) l'intervallo $(-\infty, 0]$
- (iv) l'intervallo $(-\infty, 0)$

8. Domanda 08 MULTI Single

Il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - e^x) \ln\left(-\frac{1}{x}\right)$ è

- (i) $+\infty$
- (ii) 0
- (iii) $-\infty$
- (iv) una forma indeterminata

9. Domanda 09 MULTI Single

Una corretta scrittura della derivata della funzione $f(x) = e^{-x}$ nel punto $x_0 = -1$, come limite del rapporto incrementale, è

- (i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{-x} - e}{x - 1}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{-x} - 1}{x + 1}$
- (iii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{1-h} - e}{h}$
- (iv) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{h-1} - e}{h}$

10. Domanda 10 MULTI Single

La derivata della funzione $f(x) = \frac{1}{x - e^{-x}}$ è

- (i) $-\frac{1 + e^{-x}}{(x - e^{-x})^2}$

- (ii) $-\frac{1+e^x}{(x-e^{-x})^2}$
- (iii) $-\frac{1+e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$
- (iv) $\frac{1+e^{-x}}{(x-e^{-x})^2}$

11. **Domanda 11** MULTI Single

La funzione $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x & \text{se } x > 0 \end{cases}$

- (i) è continua ma non derivabile in 0
- (ii) è continua e derivabile in 0
- (iii) è continua in 0 da sinistra ma non da destra
- (iv) è strettamente positiva in tutto \mathbb{R} (cioè $f(x) > 0$ per ogni x)

12. **Domanda 12** MULTI Single

La corretta formulazione della tesi del teorema di Lagrange applicato alla funzione $f(x) = e^x$ nell'intervallo $[0, 1]$ è

- (i) esiste un punto c in $(0, 1)$ tale che $e^c = \frac{e-1}{2}$
- (ii) esiste un punto c in $(0, 1)$ tale che $e^c - e + 1 = 0$
- (iii) esiste un punto c in $(0, 1)$ in cui la retta tangente è orizzontale
- (iv) esiste un punto c in $(0, 1)$ in cui la retta tangente ha pendenza e

13. **Domanda 13** MULTI Single

L'integrale $\int_1^e \frac{x+1}{x} dx$ vale

- (i) $e - 1$
- (ii) e
- (iii) $e + 1$
- (iv) $e + \ln e$

14. **Domanda 14** MULTI Single

I vettori $(1, 0, 1)$, $(1, 2, 3)$ e $(0, 1, 1)$

- (i) sono linearmente dipendenti e formano una base di \mathbb{R}^3
- (ii) sono linearmente dipendenti e formano una base di un sottospazio di \mathbb{R}^3
- (iii) sono generatori di un sottospazio di \mathbb{R}^2
- (iv) non formano una base di \mathbb{R}^3

15. **Domanda 15** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti è la corretta matrice inversa di $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

- (i) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- (ii) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- (iii) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- (iv) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

16. **Domanda 16** MULTI Single

Si dica quale tra le seguenti affermazioni è corretta

- (i) il rango di una matrice quadrata A ($n \times n$) è $n - 1$ se $\det A$ si annulla
- (ii) il rango di una matrice quadrata A ($n \times n$) è $n - 1$ solo se $\det A$ si annulla
- (iii) il rango di una matrice quadrata A non può mai essere uguale al determinante di A
- (iv) se il rango di una matrice A è massimo allora le righe e le colonne di A sono linearmente indipendenti

17. **Domanda 17** MULTI Single

La curva di livello 1 della funzione $f(x, y) = xy - y$

- (i) è formata da due rette perpendicolari
- (ii) è il grafico di una funzione definita in tutto \mathbb{R}
- (iii) è un'iperbole con asintoti obliqui
- (iv) è il grafico di una funzione reale invertibile

18. **Domanda 18** MULTI Single

La forma quadratica $-x^2 - y^2 + 2yz - z^2$ è

- (i) indefinita
- (ii) semidefinita negativa
- (iii) semidefinita positiva
- (iv) definita negativa

19. **Domanda 19** MULTI Single

Il gradiente della funzione $f(x, y) = xe^{-y} - e^{xy}$ è

- (i) $\left(e^{-y} - xe^{xy}, -xe^{-y} - xe^{xy} \right)$
- (ii) $\left(e^{-y} - ye^{xy}, -xe^y - xe^y \right)$
- (iii) $\left(e^{-y} - ye^{xy}, -x(e^{-y} + e^{xy}) \right)$
- (iv) $\left(e^{-y} - ye^{xy}, -x(e^{-y} - e^{xy}) \right)$

20. Domanda 20 MULTI Single

La funzione $f(x, y) = y \ln x$ sul vincolo $x - e^y = 0$

- (i) ha in $(0, 0)$ un punto di minimo vincolato
- (ii) ha in $(1, 0)$ un punto di massimo vincolato
- (iii) non ha nessun punto di massimo o di minimo vincolato
- (iv) ha in $(1, 0)$ un punto di minimo vincolato

Total of marks: 30