

DOMANDA 7. Si calcoli il $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \ln(-x)}{e^x}$

DOMANDA 8. Si calcoli la derivata della funzione $f(x) = x^2 \ln(1 + x^3)$

DOMANDA 9. Si trovino i punti stazionari della funzione $f(x) = 2x - 3 \ln x$

DOMANDA 10. Si trovi in quale intervallo la funzione $f(x) = 2x - 3 \ln x$ è crescente

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 4 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 12). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (x + 1)^2 & -2 \leq x \leq 0 \\ -\sqrt{x} & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Sulla base del grafico, di dica qual è l'immagine di f , cioè l'insieme dei valori che la funzione assume.

Si dica se la funzione è invertibile in tutto l'intervallo $[-2, 2]$. Qual è l'intervallo di ampiezza massima in cui f è iniettiva?

Si dica se alla funzione f in $[-2, 2]$ è applicabile il teorema di Weierstrass e se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

Si dica poi se la funzione f è derivabile in tutti i punti dell'intervallo dato. È applicabile il teorema di Rolle? Si dica infine se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

QUESITO 1. Che cosa è l'estremo superiore di un insieme di numeri reali?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione è iniettiva?

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema degli zeri?

QUESITO 4. Che cosa è per definizione la derivata sinistra di una funzione f in un punto x_0 ?

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA														

VR						
----	--	--	--	--	--	--

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – I parte
Vicenza, 10/11/2022

Le prime 10 domande costituiscono la I parte della prova e hai 30 minuti per completarla.
 Per ciascuna delle domande hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, anche i passaggi essenziali.
 Ogni domanda vale 1 punto. Per superare questa prova devi ottenere almeno 6 punti. La risposta corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione.
Risposte che richiedono una giustificazione ma contengono soltanto il risultato finale non vengono considerate corrette.

DOMANDA 1. Scomporre il polinomio $x^3 - x^2 - 2x$ in fattori non ulteriormente scomponibili

DOMANDA 2. Determinare in quale insieme è definita l'espressione $\frac{x}{3 + \ln x}$

DOMANDA 3. Risolvere l'equazione $2 + \frac{1}{x} = -x$

DOMANDA 4. Risolvere la disequazione $3 - \ln(2 - x) \geq 0$

DOMANDA 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione $x^2 + y^2 + 2x \leq 0$

DOMANDA 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione $f(x) = (|x| + 1)^2$

DOMANDA 7. Si calcoli il $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + e^x}{\ln(1 + x)}$

DOMANDA 8. Si calcoli la derivata della funzione $f(x) = x^3 \ln(1 + x^2)$

DOMANDA 9. Si trovino i punti stazionari della funzione $f(x) = 3x - 2 \ln x$

DOMANDA 10. Si trovi in quale intervallo la funzione $f(x) = 3x - 2 \ln x$ è crescente

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 4 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 12). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & -2 \leq x \leq 0 \\ (x-1)^2 - 1 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Sulla base del grafico, di dica qual è l'immagine di f , cioè l'insieme dei valori che la funzione assume.

Si dica se la funzione è invertibile in tutto l'intervallo $[-2, 2]$. Qual è l'intervallo di ampiezza massima in cui f è iniettiva?

Si dica se alla funzione f in $[-2, 2]$ è applicabile il teorema di Weierstrass e se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

Si dica poi se la funzione f è derivabile in tutti i punti dell'intervallo dato. È applicabile il teorema di Rolle? Si dica infine se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

QUESITO 1. Che cosa è l'estremo inferiore di un insieme di numeri reali?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione è suriettiva?

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass?

QUESITO 4. Che cosa è per definizione la derivata destra di una funzione f in un punto x_0 ?