



DOMANDA 6. Disegnare la curva di livello  $-1$  della funzione  $f(x, y) = y - x^2$

DOMANDA 7. Classificare in base al segno la forma quadratica  $Q(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 + 4xy - 8y^2$

DOMANDA 8. Calcolare il gradiente della funzione  $f(x, y) = \frac{\ln y}{x}$

### PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

---

ESERCIZIO (PUNTI 10)

- Dati i vettori

$$v^1 = (1, -1, 2) \quad , \quad v^2 = (-1, 1, -3) \quad , \quad v^3 = (1, -1, 0)$$

si provi che non sono una base di  $\mathbb{R}^3$ . Qual è la dimensione del sottospazio da essi generato? Si sostituisca  $v^3$  con un vettore  $u$  in modo che  $v^1, v^2, u$  formino una base di  $\mathbb{R}^3$ . Si trovi infine un vettore non nullo che sia ortogonale a  $v^1$  e  $v^2$ .

- Data la funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{xy}$$

si determini e si disegni il suo dominio e si dica, motivando, se è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla e dove è positiva. Si calcoli il gradiente di  $f$  e si dica se ci sono punti stazionari.

---

QUESITO 1. Si dica come avviene in generale il calcolo di un integrale del tipo  $\int_a^b f(x) dx$ .

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 3. Che cosa è un punto stazionario per una funzione reale  $f(x, y)$ ?

QUESITO 4. Che cosa è la funzione Lagrangiana e per quale problema viene utilizzata?