

DOMANDA 6. Disegnare la curva di livello -1 della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$

DOMANDA 7. Classificare in base al segno la forma quadratica $Q(x, y) = x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2$

DOMANDA 8. Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = (x + \ln y)e^{-y}$

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO (PUNTI 10)

- Data la trasformazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 + x_3 \\ 2x_2 - x_3 \end{pmatrix}$$

Si dica se essa è invertibile. Si indichi la dimensione e una base della sua immagine. È vero che ogni vettore di \mathbb{R}^3 ha una controimmagine attraverso T ? Si provi che il vettore $(1, 0, 1)$ appartiene all'immagine di T e si trovi una sua controimmagine.

- Data la funzione

$$f(x, y) = 2x + 3y + \ln(xy)$$

si determini e si disegni il suo dominio e si dica, motivando, se è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si trovi l'unico punto stazionario di f e si determini la sua natura con le condizioni del secondo ordine. Si scriva infine la restrizione di f alla curva di equazione $xy = 1$ e si dica qual è il segno della funzione lungo tale curva. È vero che lungo la curva di equazione $xy = 1$ non esistono punti in cui la funzione si annulla?

QUESITO 1. Che cosa si intende con funzione integrale di una funzione f in un intervallo $[a, b]$?

QUESITO 2. Si enunci uno dei teoremi fondamentali sui sistemi di equazioni lineari.

QUESITO 3. Sia dia la definizione formale di derivata parziale rispetto ad y nel punto (x_0, y_0) di una funzione reale $f(x, y)$.

QUESITO 4. Che cosa si può concludere nel caso il gradiente secondo di una funzione $f(x, y)$ sia semidefinito positivo in un punto stazionario?