

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA						VR									

ESAME DI MATEMATICA

Venezia, 29/06/2023

II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 1 \\ 1/x & x > 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico. Si dica poi se f è continua e derivabile in tutto \mathbb{R} . Si dica se per la funzione f nell'intervallo $[0, 2]$ sono verificate le ipotesi del teorema di Weierstrass. Si dica poi se è verificata la tesi del teorema. Infine si calcoli l'integrale di f nell'intervallo $[0, 2]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i tre vettori

$$v^1 = (-1, 1, 1) \quad , \quad v^2 = (1, 1, 0) \quad , \quad v^3 = (1, 3, 1)$$

si dica se essi sono linearmente indipendenti o dipendenti. Sono generatori di tutto \mathbb{R}^3 ? Se no, qual è la dimensione del sottospazio \mathcal{S} da essi generato? Il vettore fondamentale $(0, 0, 1)$ si può scrivere come combinazione lineare dei tre vettori dati?

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = xy - \frac{x}{y}$$

si determini e si disegni il suo dominio. In quali punti la funzione si annulla? Si calcoli il gradiente di f e trovino i suoi punti stazionari. È possibile stabilire se si tratta di punti di massimo/minimo con le condizioni del secondo ordine?

QUESITO 1. Si commenti l'affermazione: “una funzione continua in un punto x_0 è certamente derivabile in questo punto”.

QUESITO 2. Si dia la definizione di derivata di una funzione f in un punto x_0 .

QUESITO 3. Che cosa si intende con primitiva di una funzione f ?

QUESITO 4. Si commenti l'affermazione: “il rango di una matrice quadrata A è sempre uguale al numero di colonne di A ”.

QUESITO 5. Che cosa è la matrice Hessiana di una funzione di due variabili?