COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 04/09/2023
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x(x-2) & x \leq 1 \\ -1/x & x > 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico. Si dica poi se f è continua e derivabile in tutto $\mathbb{R}$. Quali sono gli estremi (inferiore e superiore) di f? Si dica se per la funzione nell'intervallo $\big[-1, 2\big]$ sono verificate le ipotesi del teorema degli zeri. Infine si calcoli l'integrale di f nell'intervallo $\big[0, 2\big]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i tre vettori

$$v^1 = (1, 3, 1) \quad , \quad v^2 = (1, 1, 0) \quad , \quad v^3 = (-1, 1, 1)$$

si dica se essi sono linearmente indipendenti o dipendenti. Sono generatori di tutto $\mathbb{R}^3$? Se no, qual è la dimensione del sottospazio $\mathcal{S}$ da essi generato? Il vettore $(0, 2, 1)$ si può scrivere come combinazione lineare dei tre vettori dati?

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x - \frac{y}{x}$$

si determini e si disegni il suo dominio. In quali punti la funzione si annulla? Si calcoli il gradiente di f e si dica se essa ha punti stazionari. Si determini infine in quale regione la funzione è positiva.

QUESITO 1. Si commenti l'affermazione: "una funzione derivabile in un punto x_0 potrebbe non essere continua in questo punto".

QUESITO 2. Si dia l'interpretazione geometrica della derivata di una funzione f in un punto x_0.

QUESITO 3. Che cosa si intende con primitiva di una funzione f in un certo intervallo?

QUESITO 4. Si commenti l'affermazione: "il rango di una matrice quadrata A coincide con il determinante di A".

QUESITO 5. Si scriva la matrice Hessiana di una funzione di due variabili $f(x, y)$.