

COGNOME																					
NOME																					
MATRICOLA															VR						

**PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – I parte**  
**Vicenza, 16/11/2023**

Le prime 10 domande costituiscono la I parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per ciascuna delle domande hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, anche i passaggi essenziali.

Ogni domanda vale 1 punto. Per superare questa prova devi ottenere almeno 6 punti. La risposta corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione.

*Risposte che richiedono una giustificazione ma contengono soltanto il risultato finale non vengono considerate corrette.*

DOMANDA 1. Completare il quadrato nel polinomio  $x^2 + 3x - \frac{1}{4}$

DOMANDA 2. Determinare in quale insieme è definita l'espressione  $\frac{x}{\frac{1}{2} + \ln x}$

DOMANDA 3. Risolvere l'equazione  $\frac{1}{x} - x = -1$

DOMANDA 4. Risolvere la disequazione  $e^{2x+3} \geq 4$

DOMANDA 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione  $x + y^2 - 1 > 0$

DOMANDA 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione  $f(x) = \frac{1}{|x|} - 1$

DOMANDA 7. Si trovi l'espressione della funzione inversa di  $f(x) = 1 - \ln(x + 1)$

DOMANDA 8. Si calcoli il  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{x^2}$

DOMANDA 9. Si calcoli la derivata della funzione  $f(x) = \frac{1}{1 + \ln x}$

DOMANDA 10. Si trovino i punti stazionari della funzione  $f(x) = 2 \ln x - 3x$

### PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 4 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale (non adesso, a gennaio).

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 12). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \leq 0 \\ \ln(x+1) - 1 & x > 0 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Sulla base del grafico, si dica qual è l'immagine di  $f$ , cioè l'insieme dei valori che la funzione assume.

Si dica se la funzione è continua in tutto l'insieme di definizione. Si dica poi se la funzione  $f$  è derivabile in tutto l'insieme di definizione.

Si indichi infine, se esiste, un intervallo in cui alla funzione è applicabile il teorema degli zeri.

---

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione è crescente?

QUESITO 2. Si scriva uno dei limiti notevoli.

QUESITO 3. Qual è la differenza tra punto di massimo globale (assoluto) e punto di massimo locale (relativo) di una funzione?

QUESITO 4. Che cosa afferma il teorema di Lagrange?

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA															

**PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – I parte**  
**Vicenza, 16/11/2023**

Le prime 10 domande costituiscono la I parte della prova e hai 30 minuti per completarla.  
 Per ciascuna delle domande hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, anche i passaggi essenziali.  
 Ogni domanda vale 1 punto. Per superare questa prova devi ottenere almeno 6 punti. La risposta corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione.  
*Risposte che richiedono una giustificazione ma contengono soltanto il risultato finale non vengono considerate corrette.*

---

DOMANDA 1. Completare il quadrato nel polinomio  $x^2 + x - \frac{1}{4}$

DOMANDA 2. Determinare in quale insieme è definita l'espressione  $\frac{x}{\frac{1}{3} + \ln x}$

DOMANDA 3. Risolvere l'equazione  $x - \frac{1}{x} = -1$

DOMANDA 4. Risolvere la disequazione  $e^{4x+3} \geq 2$

DOMANDA 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione  $x + y^2 + 1 > 0$

DOMANDA 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione  $f(x) = |\ln x| - 1$

DOMANDA 7. Si trovi l'espressione della funzione inversa di  $f(x) = \ln(x - 1) - 1$

DOMANDA 8. Si calcoli il  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{e^x - 1}$

DOMANDA 9. Si calcoli la derivata della funzione  $f(x) = \frac{1}{1 - \ln x}$

DOMANDA 10. Si trovino i punti stazionari della funzione  $f(x) = 3 \ln x - 2x$

### PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 4 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale (non adesso, a gennaio).

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 12). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \ln(x + 1) & -1 < x \leq 0 \\ \frac{1}{x + 1} & x > 0 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Sulla base del grafico, si dica qual è l'immagine di  $f$ , cioè l'insieme dei valori che la funzione assume.

Si dica se la funzione è continua in tutto l'insieme di definizione. Si dica poi se la funzione  $f$  è derivabile in tutto l'insieme di definizione.

Si indichi infine, se esiste, un intervallo in cui alla funzione è applicabile il teorema degli zeri.

---

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione è pari?

QUESITO 2. Si scriva uno dei limiti notevoli.

QUESITO 3. Come si può capire che una funzione è crescente in un intervallo?

QUESITO 4. Che cosa afferma il teorema di Rolle?