

COGNOME													
NOME													
MATRICOLA									VR				

ESAME DI MATEMATICA

Vicenza, 26/01/2024

II parte

Questa è la II parte della prova scritta e hai 60 minuti per completarla. Va svolta nel foglio protocollo a quadretti, compresi i quesiti teorici. Ci sono 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x & x \leq 0 \\ (x - 1)^2 - 1 & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se f è continua e derivabile in tutto \mathbb{R} e si indichino gli estremi superiore e inferiore di f . Si dica infine se ad f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1, 2]$ e si verifichi comunque quanto afferma la tesi.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, 1, -1, 0) \quad , \quad v^2 = (-1, 0, 0, 1) \quad , \quad v^3 = (1, 1, -1, -1)$$

si determini se sono linearmente dipendenti o indipendenti. Qual è la dimensione del sottospazio \mathcal{S} (di \mathbb{R}^4) da essi generato? È vero che scegliendo in qualunque modo 2 dei 3 vettori si ottiene una base di \mathcal{S} ? Si dica se il vettore $(-2, -1, 1, 2)$ appartiene a tale sottospazio \mathcal{S} .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = y - \sqrt{-xy}$$

si determini e si disegni il suo dominio e si dica, motivando, se è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. È corretto affermare che la restrizione di f alla curva di equazione $x^3 + y = 0$ è il polinomio $-x^3 - x^2$? Si calcoli il gradiente di f . Si trovi infine in quali punti la funzione si annulla.

QUESITO 1. In quali casi si dice che una funzione f ha un *salto* nel punto x_0 ?

QUESITO 2. Si scriva il limite del rapporto incrementale della funzione $f(x) = \ln(2 + x)$ nel punto $x_0 = -1$

QUESITO 3. Perché possiamo affermare che la funzione $\frac{1}{x}$ non è una primitiva di $\ln x$?

QUESITO 4. Che cosa significa che i vettori v^1, v^2, v^3 sono generatori di uno spazio vettoriale \mathcal{V} ?

QUESITO 5. Data una funzione di due variabili $f(x, y)$ che cosa significa curva di livello 1 di f ?