Cognome								
Nome								
				* *	ъ			
Matricola				V	R			

PROVA INTERMEDIA di MATEMATICA ${\it Vicenza, \, 07/11/2025}$

La prova consiste in 10 esercizi a risposta aperta e 5 domande di carattere teorico. Hai 45 minuti per completare la prova. Per ciascun quesito hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, **anche i passaggi essenziali**. La risposta pienamente corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione.

Tutto lo svolgimento deve essere riportato su questo foglio. Ogni esercizio e ogni domanda teorica valgono 2 punti.

Esercizio 1. Si dica se il polinomio $x^5 - x^4 + 2$ ha tra i suoi divisori il polinomio (x + 1)

Esercizio 2. Riscrivere l'espressione $\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$ raccogliendo \sqrt{x} e semplificare

Esercizio 3. Risolvere l'equazione $2 - e^{x+1} = 0$

Esercizio 4. Risolvere la disequazione $x+1 < \frac{2}{x}$

Esercizio 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione (x+1)y < 0

Esercizio 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione $f(x) = 1 - \sqrt{|x|}$

Esercizio 7. Si trovi l'immagine dell'intervallo $(\frac{1}{e},e)$ attraverso la funzione $f(x)=-\ln x$

Esercizio 8. Si calcoli il
$$\lim_{x \to 1^+} \frac{\ln(x-1)}{1-x}$$

Esercizio 9. Si calcoli la derivata della funzione
$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x} + x\right)$$

Esercizio 10. Si trovino i punti stazionari della funzione $f(x) = xe^x$

Domanda 1. Che cosa significa che una funzione è suriettiva?

Domanda 2. Che cosa si intende con controimmagine di un dato insieme attraverso una funzione f?

DOMANDA 3. Si enunci il teorema di Weierstrass.

Domanda 4. Se f è una funzione continua, possiamo dire con certezza qualcosa sulla sua derivabilità?

DOMANDA 5. Si fornisca la definizione di derivata di una funzione f in un punto x_0 .