

COGNOME	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>										
NOME	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>										
MATRICOLA	VR <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>										

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 02/02/2026**  
***II parte***

Questa è la II parte della prova scritta e hai 60 minuti per completarla. Va svolta nel foglio protocollo a quadretti, compresi i quesiti teorici. Ci sono 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln(-x) & x < 0 \\ 1 - x^2 & x \geq 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se  $f$  è continua e derivabile in tutto  $\mathbb{R}$  e si indichino gli estremi superiore e inferiore di  $f$ . Si dica poi se ad  $f$  è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo  $[-1, 1]$ . Infine si verifichi comunque se la tesi del teorema è vera.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si dica se le sue righe sono linearmente dipendenti o indipendenti. E le colonne? Considerando poi la trasformazione lineare  $T(x) = Ax$ , si scriva l'espressione di  $T$  e si determini la dimensione dell'immagine di  $T$ . Si consideri infine il sistema lineare omogeneo  $Ax = 0$  e si trovino le sue soluzioni.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - x + y,$$

si calcoli il gradiente di  $f$  e si trovi il punto stazionario. Con le condizioni del secondo ordine si studi la natura del punto stazionario.

---

DOMANDA 1. Che cosa significa che una funzione  $f$  è iniettiva?

DOMANDA 2. Che cosa significa che una funzione  $f$  è continua in un punto  $x_0$ ?

DOMANDA 3. Che relazione sussiste tra continuità e derivabilità di una funzione?

DOMANDA 4. Quando tre vettori  $v^1, v^2, v^3$  si dicono linearmente dipendenti?

DOMANDA 5. Che cosa è la matrice Hessiana o gradiente secondo di una funzione  $f(x, y)$ ?

COGNOME	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																				
NOME	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																				
MATRICOLA	VR <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																				

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 02/02/2026**  
***II parte***

Questa è la II parte della prova scritta e hai 60 minuti per completarla. Va svolta nel foglio protocollo a quadretti, compresi i quesiti teorici. Ci sono 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

---

**ESERCIZIO 1 (PUNTI 5).** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x \leq 0 \\ -\ln x & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se  $f$  è continua e derivabile in tutto  $\mathbb{R}$  e si indichino gli estremi superiore e inferiore di  $f$ . Si dica poi se ad  $f$  è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo  $[-1, 1]$ . Infine si verifichi comunque se la tesi del teorema è vera.

**ESERCIZIO 2 (PUNTI 5).** Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si dica se le sue righe sono linearmente dipendenti o indipendenti. E le colonne? Considerando poi la trasformazione lineare  $T(x) = Ax$ , si scriva l'espressione di  $T$  e si determini la dimensione dell'immagine di  $T$ . Si consideri infine il sistema lineare omogeneo  $Ax = 0$  e si trovino le sue soluzioni.

**ESERCIZIO 3 (PUNTI 5).** Data la funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy - y^2 + x - y,$$

si calcoli il gradiente di  $f$  e si trovi il punto stazionario. Con le condizioni del secondo ordine si studi la natura del punto stazionario.

---

**DOMANDA 1.** Che cosa significa che una funzione  $f$  è suriettiva?

**DOMANDA 2.** Che relazione sussiste tra continuità e derivabilità di una funzione?

**DOMANDA 3.** Si indichi una condizione necessaria per l'esistenza di un punto di minimo di una funzione  $f(x)$ .

**DOMANDA 4.** Quando tre vettori  $v^1, v^2, v^3$  si dicono linearmente dipendenti?

**DOMANDA 5.** Che cosa è la matrice Hessiana o gradiente secondo di una funzione  $f(x, y)$ ?