

# ESAME DI MATEMATICA – FACSIMILE

## Tema 10

### II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti.

In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico.

Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni domanda teorica vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 4). Stabilire, con la definizione, se i vettori

$$v^1 = (0, 1, 0) \quad , \quad v^2 = (1, -1, 1) \quad , \quad v^3 = (1, 0, 1)$$

sono linearmente dipendenti o linearmente indipendenti. Come si poteva, in modo più rapido, ottenere la medesima risposta? Qual è la dimensione dello spazio generato dai tre vettori?

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{y \ln(x^2)}{x^2 \ln y},$$

si disegni nel piano il suo insieme di esistenza. Si dica se il dominio ha qualche tipo di simmetria e se la funzione ha qualche tipo di simmetria. Si disegni poi la curva di livello 0 di  $f$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 6). Data ancora la funzione

$$f(x, y) = \frac{y \ln(x^2)}{x^2 \ln y},$$

si trovino i suoi punti stazionari. Detto  $(x_0, y_0)$  il punto stazionario di  $f$  che sta nel primo quadrante, si scrivano le espressioni delle restrizioni di  $f$  alle rette di equazione  $x = x_0$  e  $y = y_0$ . Infine, utilizzando le restrizioni appena trovate, si dica se il punto stazionario  $(x_0, y_0)$  è candidato ad essere un punto di massimo o di minimo locale.

---

QUESITO 1. Si definisca il significato dell'affermazione “la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  converge”.

QUESITO 2. Si dica che cosa è il rango di una matrice. Si dia poi una condizione sufficiente affinché il rango di una matrice  $3 \times 4$  sia 3.

QUESITO 3. Si dica che cosa si intende con curva di livello  $k$  di una funzione  $f(x, y)$ . Si dica poi se una curva di livello è sempre il grafico di una funzione.

QUESITO 4. Si dica in quale caso una forma quadratica  $q(x, y)$  si dice indefinita. Se ne fornisca poi un esempio.

QUESITO 5. Si dia la definizione di derivata parziale rispetto ad  $y$  di una funzione  $f(x, y)$  nel punto  $(x_0, y_0)$ .