

ESAME DI MATEMATICA – FACSIMILE

Tema 1

II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti.

In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico.

Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni domanda teorica vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Utilizzando i grafici delle funzioni elementari e le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = 1 - |\ln(1 - x)|$$

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \ln x} - 1}{\ln^2 x}$, di determini il suo insieme di esistenza e si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x).$$

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Si dica, con un grafico e poi con le definizioni, se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x + 2) & x \in (-2, 0] \\ -(x + 2)(x - \frac{1}{2}) & x \in (0, +\infty) \end{cases}$$

è continua e derivabile in tutto il suo dominio.

QUESITO 1. Si dica quando una funzione si dice iniettiva.

QUESITO 2. Sia $f : A \rightarrow B$ e sia $b \in B$. Si dica che cosa è la controimmagine attraverso f dell'insieme $\{b\}$.

QUESITO 3. Sia A un sottoinsieme limitato di \mathbb{R} . Si definisca il $\sup A$, cioè l'estremo superiore dell'insieme A .

QUESITO 4. Dopo aver enunciato il teorema fondamentale delle funzioni continue in un intervallo, si dica se esso è applicabile alla funzione $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|$ e se ne verifichi la tesi.

QUESITO 5. Si dica che cosa significa che una funzione f è derivabile in un punto t interno al suo dominio.