

ESAME DI MATEMATICA – FACSIMILE

Tema 2

II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti.

In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico.

Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni domanda teorica vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Utilizzando i grafici delle funzioni elementari e le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = 1 - \sqrt{1 + |x|}.$$

Si determinino poi gli estremi inferiore e superiore della funzione, la sua immagine e infine la controimmagine dell'intervallo $[-1, 0]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dopo averne disegnato un grafico, si dica se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x + 2) & -1 \leq x \leq 0 \\ x \ln 4 + 1 & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $[-1, 1]$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Si calcoli

$$\int_{1/e}^e \frac{\sqrt[3]{1 + |\ln x|}}{x} dx.$$

QUESITO 1. Si dica quando una funzione si dice continua in un punto x_0 .

QUESITO 2. Si porti un esempio di intervallo chiuso e non limitato.

QUESITO 3. Si definisca il significato della scrittura

$$f(x) = o(g(x)) \quad \text{per } x \rightarrow +\infty.$$

QUESITO 4. Si dica che cosa significa che la funzione g è una primitiva della funzione f nell'intervallo I .

QUESITO 5. Si enunci il teorema fondamentale del calcolo.