

ESAME DI MATEMATICA – FACSIMILE

Tema 5

II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti.

In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico.

Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni domanda teorica vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Si verifichi che $x_0 = 0$ è punto di massimo locale della funzione $f(x) = e^{-x^2}$. Si provi poi, con la definizione, che è vera la scrittura

$$f(x) = o(e^x) \quad , \text{ per } x \rightarrow -\infty.$$

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dopo aver disegnato il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

si verifichi che è applicabile alla funzione il teorema di Lagrange. Infine si verifichi la tesi del teorema stesso.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - (x - 1)^2 & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Si scriva poi l'espressione elementare della sua funzione integrale e si verifichi la continuità di quest'ultima.

QUESITO 1. Si definisca il significato della scrittura

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1.$$

QUESITO 2. Si enunci in generale la regola di derivazione della funzione composta e se ne fornisca un esempio di applicazione.

QUESITO 3. Che cosa indica il simbolo $\int f(x) dx$?

QUESITO 4. Che cosa è una base di \mathbb{R}^n ?

QUESITO 5. Dare la definizione di determinante di una matrice quadrata A di ordine n . Scrivere il significato anche di tutte le quantità presenti nella definizione stessa.