

COGNOME											
NOME											
MATRICOLA											

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 30/05/2008
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log(3x)}{x^2},$$

si determini il suo insieme di definizione, precisando se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcolino poi i limiti significativi. Si trovino i punti stazionari e si dica se sono di massimo o di minimo, precisando se i risultati trovati hanno carattere locale o globale.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 + x_3 \\ -x_1 - x_2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \end{pmatrix},$$

si trovino il rango di T , la nullità di T , una base dell'immagine di T e una base del nucleo di T .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \log \left(\frac{2-x}{3-y} \right),$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si indichi un punto interno a tale insieme e in tale punto si calcolino le due derivate parziali. Si dica se la funzione ha punti stazionari. Si determini infine la curva di livello 0 della funzione f .

QUESITO 1. Si dica quando un punto si dice interno ad un insieme. Si fornisca poi un esempio di insieme in cui tutti i punti sono interni.

QUESITO 2. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass? Si faccia un esempio in cui il teorema non è applicabile.

QUESITO 3. Che cosa è la funzione integrale di una funzione f nell'intervallo $[-1, 1]$?

QUESITO 4. In quali casi una matrice è invertibile? Si illustri poi il procedimento di calcolo della matrice inversa.

QUESITO 5. Si dia la definizione di derivata parziale rispetto ad y di una funzione $f(x, y)$ nel punto $(-1, 1)$.