

COGNOME											
NOME											
MATRICOLA							VR				

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 30/05/2008**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\log(3x)},$$

si determini il suo insieme di definizione, precisando se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcolino poi i limiti significativi. Si trovino i punti stazionari e si dica se sono di massimo o di minimo, precisando se i risultati trovati hanno carattere locale o globale.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Detta  $f$  la trasformazione lineare rappresentata da  $A$ , si determinino il rango, la nullità di  $f$  e una base dell'immagine di  $f$ . Infine si risolva il sistema omogeneo  $Ax = 0$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{(2x + 1) \log y},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si indichi un punto interno a tale insieme e in tale punto si calcolino le due derivate parziali. Si dica se la funzione ha punti stazionari. Si determini infine la curva di livello 0 della funzione  $f$ .

---

QUESITO 1. Si dica quando un insieme si dice chiuso. Si fornisca poi un esempio di insieme che non è né aperto né chiuso.

QUESITO 2. Che cosa vuol dire che una funzione è derivabile nell'intervallo  $[a, b]$ ? Si faccia un esempio di una funzione che non è derivabile nell'intervallo  $[0, 2]$ .

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema fondamentale del calcolo integrale? Si dica se esso è applicabile alla funzione  $f(x) = |x|$  nell'intervallo  $[-1, 1]$ .

QUESITO 4. Quando un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^n$  viene detto un sottospazio? Si faccia poi un esempio di un sottospazio di  $\mathbb{R}^2$ .

QUESITO 5. Che cosa si intende con gradiente di una funzione di due variabili? Può il gradiente essere il vettore nullo?