COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 30/06/2008
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{5\log x + 4}{x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si dica se ci sono punti stazionari e si trovino gli eventuali punti di massimo e di minimo. Si calcoli poi l'integrale di f nell'intervallo $[1, e]$ e si dica infine se l'integrale di f nell'intervallo $[0, 1]$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

si calcolino il determinante ed il rango di A e si dica se A è invertibile. Si dica se le colonne di A sono generatori di $\mathbb{R}^3$ e si indichi comunque la dimensione del sottospazio da esse generato. Si risolva infine il sistema $Ax = b$ ($x \in \mathbb{R}^3$).

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = (x + 3)e^{y-3},$$

si rappresentino sul piano cartesiano l'insieme in cui f è positiva e la curva di livello 0 di f. Si calcoli il gradiente di f nell'origine. Si scriva poi la restrizione di f all'asse y e si calcoli infine l'integrale doppio di f sul quadrato $[0, 1] \times [0, 1]$.

QUESITO 1. Si dica che cosa significa che una funzione f è continua nel punto x_0 del suo dominio.

QUESITO 2. Si enunci uno dei teoremi sulle funzioni derivabili.

QUESITO 3. Si dica se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ converge o diverge.

QUESITO 4. Che cosa è il rango di una matrice?

QUESITO 5. Si dia la definizione di derivata parziale di una funzione $f(x, y)$, rispetto ad x, nel punto $(-1, 1)$, interno al dominio di f.