COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 30/06/2008
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{5\sqrt{x}+4}{x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si provi che la funzione è monotona nel suo dominio e si determinino i suoi estremi (estremo inferiore ed estremo superiore). Si calcoli poi l'integrale di f nell'intervallo $[1,4]$ e si dica infine se l'integrale di f nell'intervallo $[0,1]$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

si calcolino il determinante ed il rango di A e si dica se A è invertibile. Si dica se le colonne di A sono generatori di $\mathbb{R}^3$ e si indichi comunque la dimensione del sottospazio da esse generato. Si risolva infine il sistema omogeneo $Ax = 0$ $(x, 0 \in \mathbb{R}^3)$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = 3xe^{3y},$$

si rappresentino sul piano cartesiano l'insieme in cui f è positiva e la curva di livello 1 di f. Si calcoli il gradiente di f nell'origine. Si scriva poi la restrizione di f all'asse y e si calcoli infine l'integrale doppio di f sul quadrato $[0,1] \times [0,1]$.

QUESITO 1. Si fornisca un'interpretazione geometrica del teorema di Lagrange.

QUESITO 2. Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale.

QUESITO 3. Si dica se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} 5^{-n}$ converge o diverge.

QUESITO 4. Che cosa è il nucleo di una trasformazione lineare T?

QUESITO 5. Si enunci un teorema sui sistemi lineari.