

COGNOME											
NOME											
MATRICOLA											

ESAME DI MATEMATICA
Alba di Canazei, 19/07/2008
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log^2 x}{x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si dica se ci sono punti stazionari e si trovino gli eventuali punti di massimo e di minimo. Si determini l'immagine della funzione f . Si calcoli infine l'integrale di f nell'intervallo $[1, e]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ k & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

si dica per quali valori di k la matrice è invertibile e si determini poi il rango di A al variare di k . Considerato poi il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$, si dica quali sono le soluzioni del sistema per $k = 2$ e infine quali sono le soluzioni del sistema per $k = 1$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{xy} - 3y,$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si calcolino poi le due derivate parziali e si calcoli il gradiente nel punto $(-1, -1)$. Si disegni, nel dominio di f , il sottoinsieme in cui la funzione è positiva. Si indichi infine la curva di livello 0 della funzione f .

QUESITO 1. Si dica che cosa vuol dire che una funzione f è continua da destra nel punto x_0 del suo dominio. Si faccia poi un grafico di una funzione che non è continua da destra nel punto $x_0 = 1$.

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Lagrange.

QUESITO 3. Che cosa si intende con primitiva di una funzione f ? Si indichi poi una primitiva della funzione $f(x) = 5e^{-3x}$.

QUESITO 4. Che cosa possiamo dire del rango di una matrice quadrata 4×4 se il suo determinante è uguale a zero?

QUESITO 5. Si definisca la derivata parziale rispetto ad y di una funzione $f(x, y)$ nel punto (x_0, y_0) .