

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA														

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 17/02/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \log(x + 1) + \frac{1}{x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e trovino i punti stazionari. Si calcoli poi l'integrale $\int f(x) dx$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & -5 \end{pmatrix},$$

Si dica se le righe e le colonne di A sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si trovi la dimensione e una base del sottospazio generato dalle righe di A . Si dica se la trasformazione lineare associata ad A è invertibile. Si risolva infine il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{2 - x - y^2},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza e si indichino un punto interno e uno di frontiera a tale insieme. Si calcolino le derivate parziali di f nell'origine. Si trovino gli eventuali punti stazionari. Si dica se sui punti dell'asse x che stanno nel dominio di f la funzione stessa è limitata.

QUESITO 1. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass?

QUESITO 2. Che cosa afferma il teorema di Rolle?

QUESITO 3. Quando un integrale si dice generalizzato? Se ne fornisca un esempio.

QUESITO 4. Che cosa è una base di \mathbb{R}^n ?

QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale di una funzione $f(x, y)$ rispetto ad y nel punto $(-1, 1)$.