COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 01/06/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{3x+2}{e^x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino i punti stazionari e si dica se sono di massimo o di minimo. Si determini l'immagine di f e infine si calcoli l'integrale di f nell'intervallo $[0,1]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix},$$

si scriva la sua matrice di rappresentazione. Si determini il rango di T e una base dell'immagine di T. Si determini poi una base del nucleo di T e infine si dica se il vettore $(1,-1,0)$ appartiene al nucleo.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{3+2\ln x}{y}},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si indichi un punto interno a tale insieme e in tale punto si calcoli il gradiente di f. Si dica se la funzione ha punti stazionari. Si dica infine se la funzione f è limitata sui punti del dominio che stanno sulla retta di equazione $x = 1$.

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto è interno ad un insieme?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione f è continua nel punto x_0?

QUESITO 3. Se $f : [-2,0] \to \mathbb{R}$, come viene definita la funzione integrale di f nell'intervallo $[-2,0]$?

QUESITO 4. Che cosa significa che i vettori v^1, v^2, v^3 sono linearmente indipendenti?

QUESITO 5. Come si definisce la derivata parziale rispetto ad y di una funzione $f(x,y)$ nel punto (x_0,y_0)?