

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA														

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 01/06/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{3x + 2},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino i punti stazionari e si dica se sono di massimo o di minimo. Si indichi l'immagine di f e infine si indichi un intervallo in cui l'integrale di f è generalizzato.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

si dica se le sue colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si dica qual è la dimensione del sottospazio generato dalle righe di A e si indichi una base di tale sottospazio. Si risolva infine il sistema lineare omogeneo associato ad A , cioè il sistema $Ax = 0$ (x e 0 sono vettori di \mathbb{R}^3).

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{2 - 3e^x}{y}},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si indichi un punto interno a tale insieme e in tale punto si calcoli il gradiente di f . Si dica se la funzione ha punti stazionari. Si dica infine se la funzione f è limitata sui punti del dominio che stanno sulla retta di equazione $x = 0$.

QUESITO 1. Si dica quando un insieme di numeri reali si dice aperto.

QUESITO 2. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass?

QUESITO 3. Quali sono le ipotesi che consentono di definire l'integrale di Riemann in un intervallo I di una funzione f ?

QUESITO 4. Che cosa significa che i vettori v^1, v^2, v^3 sono linearmente indipendenti?

QUESITO 5. Che cosa è una curva di livello di una funzione di due variabili?