COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 15/06/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 2x - 3e^x,$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino i punti stazionari e gli eventuali punti di massimo o di minimo. Si determini l'immagine di f. Si studi infine il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{f(n)}$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Sono dati

$$\text{la matrice} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{e il vettore} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Si calcoli il determinante di A e si dica, senza calcolarle, se il sistema $Ax = b$ ha soluzioni e quante sono. Si trovino le soluzioni del sistema $Ax = b$. Si dica infine se la trasformazione lineare associata ad A è iniettiva e/o suriettiva.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{3x - 2}{\sqrt{y}}\right),$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si calcoli il gradiente di f. Si dica se la funzione ha punti stazionari. Si dica infine se la funzione f è limitata in prossimità del punto $(\frac{2}{3}, 0)$.

QUESITO 1. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione f è derivabile nel punto x_0?

QUESITO 3. Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, come viene definita la funzione integrale di f nell'intervallo $[a, b]$?

QUESITO 4. Che cosa afferma il teorema di Cramer?

QUESITO 5. Se $q : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ è una forma quadratica, che cosa significa che q è definita positiva?