| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | VR | | | | | | | |

**ESAME DI MATEMATICA**
**Vicenza, 15/06/2009**
***II parte***

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 3x - 2\ln x,$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino i punti stazionari e gli eventuali punti di massimo o di minimo. Si determini l'immagine di $f$. Si studi infine il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{f(n)}$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Sono dati

$$\text{la matrice} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{e il vettore} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Si calcoli il rango di $A$ e si dica, senza trovarle, se il sistema $Ax = b$ ha soluzioni e quante sono. Si trovino infine le soluzioni del sistema $Ax = b$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\ln(3x - 2)}{\sqrt{y}},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si calcoli il gradiente di $f$. Si dica se la funzione ha punti stazionari. Si dica infine se la funzione $f$ è limitata in prossimità del punto $(\frac{2}{3}, 0)$.

---

QUESITO 1. Si dica quando un insieme di numeri reali si dice limitato inferiormente.

QUESITO 2. Si enunci uno dei teoremi sulle funzioni continue in un intervallo $[a, b]$.

QUESITO 3. Che cosa si intende con integrale indefinito di una funzione $f$ in un intervallo $I$?

QUESITO 4. Che cosa significa che $S$ è sottospazio di $\mathbb{R}^n$?

QUESITO 5. Se $q : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ è una forma quadratica, che cosa significa che $q$ è semidefinita positiva?