| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | VR | | | | | | |

**ESAME DI MATEMATICA**
**Vicenza, 29/06/2009**
***II parte***

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 1 - \ln(-x),$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si provi che la funzione è monotona nel suo dominio. Si dica per quali valori di $x$ la funzione si annulla. Usando le trasformazioni sui grafici elementari si disegni il grafico della funzione $|f(x)|$ e si indichi la sua immagine.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Sono dati

$$\text{la matrice} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{e il vettore} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Si calcolino il determinante e il rango di $A$. Detto $S_r$ il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dalle righe di $A$, di indichi la dimensione di $S_r$ e una base di tale sottospazio. Si dica infine se il sistema $Ax = b$ ha soluzioni.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{2y(x^2 - 4)},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si calcoli il gradiente di $f$. Si consideri poi la curva di equazione $x^2 - y - 4 = 0$ e si provi che essa è tutta contenuta nel dominio di $f$. Si scriva infine la restrizione di $f$ sui punti di tale curva.

---

QUESITO 1. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione $f$ è derivabile nel punto $x_0$?

QUESITO 3. Che cosa significa che la funzione $g$ è una primitiva della funzione $f$ nell'intervallo $I$?

QUESITO 4. Se $S$ è un sottospazio di $\mathbb{R}^n$, quale proprietà caratterizza $S$?

QUESITO 5. Se $v = (a, b, c, d)$ è un vettore, come si calcola la norma euclidea di $v$?