COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 29/06/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 1 - \sqrt{x+2},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si provi che la funzione è monotona nel suo dominio. Si dica per quali valori di x la funzione si annulla. Usando le trasformazioni sui grafici elementari si disegni il grafico della funzione $|f(x)|$ e si indichi la sua immagine.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Sono dati

$$\text{la matrice} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{e il vettore} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Si calcolino il determinante e il rango di A. Detto S_r il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dalle righe di A, di indichi la dimensione di S_r e una base di tale sottospazio. Si dica infine se il sistema $Ax = b$ ha soluzioni.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt{2y(y - x^2 + 1)},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si calcoli il gradiente di f. Si consideri poi la retta di equazione $x + 1 = 0$ e si provi che essa è tutta contenuta nel dominio di f. Si scriva infine la restrizione di f sui punti di tale retta.

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione f è continua nel punto x_0?

QUESITO 2. Che cosa afferma il teorema di Rolle?

QUESITO 3. Se g è una primitiva di f nell'intervallo $[a,b]$, come si calcola l'integrale $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$?

QUESITO 4. Si indichino dei vettori che siano generatori di $\mathbb{R}^3$

QUESITO 5. Si dia la definizione di derivata parziale rispetto ad x della funzione $f(x,y)$ nel punto $(1,2)$