

COGNOME												
NOME												
MATRICOLA							VR					

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 03/09/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{3x}{\ln(7x)},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino gli eventuali punti stazionari di f e si dica se sono punti di massimo o di minimo, locali o globali. Si disegni il grafico di f . Si determini infine l'immagine di f .

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \\ 3x_2 + 4x_3 \end{pmatrix}$$

si scriva la matrice di rappresentazione di f e si dica se f è invertibile. Si determinino le dimensioni dell'immagine e del nucleo di f . Si determinino infine una base dell'immagine di f e una base del nucleo di f .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{3 + 7 \ln x}}{y + 2},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si calcoli il gradiente di f e si dica se f ha punti stazionari. Si trovino i punti dove la funzione f si annulla e si dica se f può assumere valori negativi.

QUESITO 1. Se f è una funzione da \mathbb{R} ad \mathbb{R} , che cosa è l'immagine di f ?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione f è limitata superiormente?

QUESITO 3. Che cosa significa che la funzione g è una primitiva della funzione f nell'intervallo I ?

QUESITO 4. Se f è una trasformazione lineare, si dica quale relazione c'è tra il nucleo e l'immagine di f .

QUESITO 5. Se f è una funzione di 2 variabili, che cosa significa che (x_0, y_0) è un punto stazionario di f ?