

COGNOME													
NOME													
MATRICOLA													

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 17/09/2009
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 3 + 4x + e^{-5x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino i punti di massimo o di minimo. Si determini l'immagine di f . Si studi infine il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{f(n)}$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (1, -1, 2) \quad , \quad v^2 = (2, 4, 1) \quad , \quad v^3 = (1, 5, -1),$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Indicato con S il sottospazio di \mathbb{R}^3 da essi generato, si determini la dimensione di S e una base di S . Si dica se S contiene uno dei vettori fondamentali e infine si dica se tra i tre vettori dati ce ne sono due ortogonali tra loro.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = 3x^2 + \ln(5y^2),$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza e si indichino un punto interno e un punto di frontiera per tale insieme. Si calcoli il gradiente di f e si dica se la funzione ha punti stazionari. Si calcoli il gradiente secondo (matrice Hessiana) di f . Si dica infine se la funzione f ha punti di massimo/minimo vincolati sulla retta di equazione $y = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

QUESITO 1. Che cosa significa che x_0 è punto di minimo globale di una funzione f ?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione f è continua in x_0 ?

QUESITO 3. Si enunci il teorema della media integrale

QUESITO 4. Che cosa è il rango di una matrice?

QUESITO 5. Quali sono le condizioni affinché una forma quadratica sia definita positiva?