

COGNOME													
NOME													
MATRICOLA													

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 14/01/2010**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 2 + 3x + \ln(1 - 4x),$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino gli eventuali punti di massimo o di minimo. Si determini l'immagine di  $f$ . Si dica infine se l'integrale di  $f$ , in qualche intervallo contenuto nel suo dominio, può essere un integrale generalizzato.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

si scriva l'espressione della trasformazione lineare  $f$  associata ad  $A$  e si dica tra quali spazi è definita questa  $f$ . Si dica se  $f$  è invertibile. Si determinino le dimensioni dell'immagine e del nucleo di  $f$ . Si determinino infine una base dell'immagine di  $f$  e una base del nucleo di  $f$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x+3}{e^{4y}-1}},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza e si indichino un punto interno e un punto di frontiera di tale insieme. Si calcoli il gradiente di  $f$  e si dica se la funzione ha punti stazionari.

---

QUESITO 1. Che cosa è l'estremo superiore di un insieme di numeri reali? Si fornisca anche un esempio.

QUESITO 2. Se  $f$  è definita nell'intervallo  $[a, b]$ , che cosa significa che  $f$  è continua in  $a$  da destra?

QUESITO 3. Si enunci la regola di derivazione di un prodotto di due funzioni  $f$  e  $g$ .

QUESITO 4. Che cosa è il rango di una trasformazione lineare?

QUESITO 5. Se  $f$  è una funzione di 2 variabili, che cosa significa che  $(x_0, y_0)$  è un punto stazionario di  $f$ ?