

COGNOME											
NOME											
MATRICOLA											

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 11/02/2010
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = (3x - 2)e^{4x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si trovino gli eventuali punti di massimo o di minimo. Si determini $f(0, \frac{2}{3})$, cioè l'immagine attraverso f dell'intervallo $(0, \frac{2}{3})$. Si scriva infine l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 0.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori $v^1 = (2, -1, 3)$, $v^2 = (-1, 1, 2)$, $v^3 = (2, 0, 10)$, si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si determini la dimensione del sottospazio di \mathbb{R}^3 da essi generato. Si dica se in tale sottospazio ci sono vettori di norma unitaria. Si dica infine se il vettore $w = (2, 0, 0)$ appartiene a tale sottospazio.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{4e^{xy} - 3},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza e si dica se questo è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si provi che l'origine è un punto stazionario di f . Si trovino i valori di f lungo la restrizione data dalla curva di equazione $xy = \ln 3 - \ln 4$.

QUESITO 1. Quali sono le ipotesi del Teorema di Weierstrass?

QUESITO 2. Si indichi uno dei limiti notevoli.

QUESITO 3. Se $f'(x_0) = 1$, qual è il significato geometrico di tale valore?

QUESITO 4. Se g è una primitiva di f , come si calcola l'integrale $\int_a^b f(x) dx$?

QUESITO 5. Si dica per quali valori di b converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^b}$.