COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 27/05/2010
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 3\ln^2 x - 4x,$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 1$. Si determini infine l'immagine di f.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (1,1,1,1) \quad , \quad v^2 = (1,0,1,0) \quad , \quad v^3 = (1,3,1,3)$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si trovi la dimensione del sottospazio S da essi generato. Si indichi un vettore diverso da v^1, v^2, v^3 che appartenga ad S. Si dica infine se S contiene uno dei vettori fondamentali di $\mathbb{R}^4$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} - \sqrt{y - 2x},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza e si indichi un punto interno e un punto di frontiera per tale insieme. Si calcoli il gradiente di f. Si dica infine se sui punti degli assi cartesiani che appartengono al dominio di f la funzione stessa si può annullare.

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto è interno ad un insieme?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione f è continua nel punto x_0?

QUESITO 3. Che cosa significa che un integrale generalizzato del tipo $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$ converge?

QUESITO 4. Che cosa significa che una serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge?

QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale rispetto ad y di una funzione $f(x,y)$ nel punto $(1,2)$