COGNOME												
NOME												
MATRICOLA					VR							

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 25/06/2010
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2 - x - 2},$$

si determini il suo insieme di definizione. Si studi il segno della funzione, indicando dove la funzione si annulla. Si calcolino i limiti significativi e con i risultati ottenuti si disegni un grafico di f. Si calcoli infine la derivata di f.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

si dica se le sue colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si dica se le sue righe sono linearmente dipendenti o indipendenti. Detta f la trasformazione lineare associata ad A, si calcolino il rango di f e la dimensione del nucleo di f. Indicando infine con u^1, u^2, u^3, u^4 i vettori fondamentali di $\mathbb{R}^4$, si calcoli $f(u^1 + u^2 + u^3 + u^4)$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\left(y - x^2 - x\right) - \sqrt{2 - y},$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza. Si dica se esso è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli il gradiente di f. Si dica infine se il punto $(-1, 1)$ è stazionario per la funzione f.

QUESITO 1. Che cosa si intende con immagine di una funzione?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ è continua in a da destra?

QUESITO 3. Qual è il significato geometrico della derivata di una funzione f in un punto x_0 (cioè il significato di $f'(x_0)$)?

QUESITO 4. In quali casi un integrale di Riemann si dice generalizzato?

QUESITO 5. Che cosa significa che una trasformazione $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ è lineare?