

COGNOME											
NOME											
MATRICOLA							VR				

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 03/09/2010
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 3x - \frac{e^{3x}}{x},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e infine si dica perché l'integrale $\int_0^1 f(x) dx$ è generalizzato e se ne studi la convergenza.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

si dica quante e quali sono le sue soluzioni. Detta A la matrice del sistema e detta f la trasformazione lineare associata ad A , si provi che f è invertibile e si determini la matrice che rappresenta la sua trasformazione inversa. Si dica infine quali sono le dimensioni del nucleo e dell'immagine di f .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{(x+1)(y-2)} - 1,$$

si rappresenti sul piano cartesiano il suo insieme di esistenza e si dica se esso è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si disegnino la curva di livello 1 di f e la regione in cui f è maggiore di 1. Si calcoli infine il gradiente di f .

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è iniettiva?

QUESITO 2. Si enunci uno dei principi di eliminazione per il calcolo dei limiti.

QUESITO 3. Data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, che cosa possiamo dire di f se risulta $f' > 0$ per $x < 0$ e $f' = 0$ per $x > 0$?

QUESITO 4. Data una serie $\sum a_n$, che cosa possiamo dire del termine generale a_n se la serie converge?

QUESITO 5. Che cosa afferma il teorema di Rouché–Capelli?