

COGNOME											
NOME											
MATRICOLA							VR				

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 21/09/2010
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x+2},$$

si determini il suo insieme di definizione e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino gli eventuali punti di massimo/minimo. Con le informazioni ottenute si disegni un grafico di f . Infine si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 1.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 - x_3 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}$$

si dica anzitutto tra quali spazi essa opera e si scriva la sua matrice di rappresentazione. Si dica se f è invertibile. Si trovi la dimensione dell'immagine di f e del nucleo di f . Si determini infine una base di entrambi questi sottospazi.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x + \frac{y}{x-1}$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se tale insieme è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si disegni la curva di livello 0 di f . Si provi (graficamente) che l'iperbole di equazione $(x-1)y = 1$ è interamente contenuta nel dominio di f e si scriva la restrizione di f a tale curva. Si calcoli infine il gradiente di f .

QUESITO 1. Si enunci uno dei teoremi sulle funzioni continue in un intervallo.

QUESITO 2. Si dia la definizione di derivata di una funzione f in un punto x_0

QUESITO 3. Si enunci il teorma fondamentale del calcolo integrale.

QUESITO 4. Si dia la regola generale per il calcolo del prodoto righe per colonne di due matrici.

QUESITO 5. Se $f(x, y)$ è una funzione di due variabili, che cosa significa che il punto (x_0, y_0) è stazionario per la funzione f ?